

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E DA NATUREZA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA



UFRJ

**AVALIAÇÃO DE PROJETOS MINERAIS:
LIDANDO COM O RISCO E INCERTEZA**

HENRIQUE VALENTIM MOTA NEVES

Henrique Valentim Mota Neves

AVALIAÇÃO DE PROJETOS MINERAIS: LIDANDO COM O RISCO E INCERTEZA

Trabalho Final de Curso de Graduação
em Geologia do Instituto de Geociências da
Universidade Federal do Rio de Janeiro –
UFRJ, apresentado como requisito
necessário para obtenção do grau Geólogo.

Orientadores:

Prof. Ph.D. Claudio Gerheim Porto

Prof. Ph.D. Regis da Rocha Motta

Bsc. Matheus Lamas Machado

NEVES, Henrique Valentim Mota

N518

Avaliação de projetos minerais: Lidando com o risco e incerteza
/ Henrique Valentim Mota Neves – Rio de Janeiro: UFRJ,
Instituto de Geociências, 2020.

120 p.

Trabalho Final de Curso: Graduação em Geologia –
Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, Instituto de
Geociências, Departamento de Geologia, 2020

Orientadores: Claudio Gerheim Porto, Regis da Rocha Motta e
Matheus Lamas Machado

1. Análise de risco 2. Projetos minerais 3. Análise financeira

HENRIQUE VALENTIM MOTA NEVES

AVALIAÇÃO DE PROJETOS MINERAIS: LIDANDO COM O RISCO E INCERTEZA

Trabalho Final de Curso de Graduação
em Geologia do Instituto de Geociências da
Universidade Federal do Rio de Janeiro –
UFRJ, apresentado como requisito
necessário para obtenção do grau Geólogo.

Orientadores:

Prof. Claudio Gerheim Porto, Ph.D.

Prof. Regis da Rocha Motta, Ph.D.

Bsc. Matheus Lamas Machado

Aprovado em ____ de _____ de ____.

Banca examinadora:

Prof. Claudio Gerheim Porto, Ph.D.

Prof. Regis da Rocha Motta, Ph.D.

Prof. Msc. Roberto Albuquerque e Silva

Prof. Dr. Marcus Vinicius Lourenço Margueron

AGRADECIMENTOS

A minha mãe e meu pai, meus irmãos que estiveram sempre ao meu lado durante essa longa e dura jornada. Sem o apoio incondicional deles, não conseguiria atingir os objetivos que tracei.

Aos meus orientadores, principalmente o professor Régis Motta que não mediu esforços para me auxiliar no entendimento desse complexo assunto, o qual não tinha domínio prévio.

A todos os professores que durante minha passagem pela UFRJ me proporcionaram um ensino de excelência, com muita exigência e cobrança.

Além dos diversos amigos que fiz ao longo da graduação, companheiros em diversas viagens de campo, agradeço a generosidade com que muitos me ajudaram e me tornaram tanto um profissional, quanto uma pessoa melhor.

RESUMO

O setor mineral experimentou, ao longo do último século, um amadurecimento no gerenciamento de seus projetos, graças ao aumento de competitividade e complexidade geológica. Neste contexto, o gerenciamento de riscos torna-se essencial na tomada de decisão dentro dos projetos exploratórios, os quais exigem cada vez mais volume de capital para financiamento das suas atividades. Este trabalho visa cobrir a falta de informações sobre o tema ‘Avaliação de projetos minerais: Lidando com o risco e incerteza’ (Capítulo 12 do livro *Australian Mineral Economics*, de Pietro Guj) na formação da comunidade geológica brasileira, em especial dos acadêmicos de geologia, viabilizando o acesso através de uma tradução técnica, oferecendo um conteúdo prático e didático do livro. O texto apresenta: (1) estratégias de decisão apoiadas em previsibilidade, alívio e/ou neutralização do risco (equivalentes de certeza); (2) como a sensibilidade ao risco do acionista/investidor está atrelada diretamente à entrada em projeto de grande volume de capital; (3) como *Joint Ventures* podem ser potencialmente menos arriscadas; (4) como montar árvores de decisão para projetos complexos de longa duração e várias fases, minimizando assim o risco total, permitindo à empresa experimentar e otimizar processos, reduzindo riscos ao longo do tempo; (5) venda de *commodities* no mercado futuro, terceirizando o risco da alta volatilidade do mercado a prazo. Todos os resultados contidos no livro foram reproduzidos; equívocos do autor foram corrigidos; didaticamente, fórmulas foram melhor explicadas, com resultados graficados. Resultados obtidos por Guj, foram atingidos por vias alternativas, elucidando outros pontos de vista. Análises de Sensibilidade sugeridas pelo autor Guj, mas não apresentadas, foram feitas através dos softwares *@Risk* e *Precision Tree*.

Palavras-chave: Análise de risco; tomada de decisão; árvores de decisão; valor monetário esperado; função utilidade; tolerância ao risco; equivalente de certeza; *share* ótimo; *Var*, *Value at Risk*; *joint ventures*; opções reais; *@Risk*; *Precision Tree*.

ABSTRACT

The mineral sector experienced, throughout the twentieth century, a maturation in the management of their projects, thanks to growing competitiveness and geologic complexity. In this context, risk management is essential for decision making in exploration projects, their activities requiring huge financing capital. This work aims at fulfilling the lack of information on “*Evaluation of Mineral Projects: Dealing with Risk and Uncertainty*”, by Pietro Guj (Chapter 12 of *Australian Mineral Economics*) in the graduation of the Brazilian Geological Community, especially undergraduate students, providing access to a technical translation of the didactic and practical content offered by the book. This text features: (1) decision strategies based upon previsibility, risk relief and/or neutralization (certainty equivalent); (2) how the shareholder/investor sensitivity to risk is directly linked to the capital required by mineral projects; (3) how Joint Ventures can potentially offer less risks; (4) how to assemble Decision Trees for long-duration, multiple-phase complex projects, therefore minimizing total risk, allowing companies to experiment with and optimize processes, reducing risks as time progresses; (5) selling commodities in the futures market, sharing their high-volatility risk. All results contained in the Guj’s chapter 12 were reproduced and, whenever a mistake was spotted, corrected. Aiming at achieving better didactic, some mathematical equations were explained in detail and their partial results clarified, as well as graphically presented. Values obtained in a certain way by Guj were attained here in some alternative form, showing a different point of view. Additionally, Sensitivity Analyses suggested – but not presented – by Guj were made and depicted graphically in this work, using the powerful tools featured by softwares *@Risk* and *Precision Tree*, breaking new ground.

Keywords: Risk Analyses; Decision-making; Decision Trees; Expected Monetary Value; Utility Function; Risk Tolerance; Certainty Equivalent; Optimum Share; VaR, Value-at-Risk; Joint Ventures; Real Options; *@Risk*; *Precision Trees*.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	OBJETIVOS.....	19
2	METODOLOGIA	20
3	AUSTRALIAN MINERAL ECONOMICS: LIDANDO COM RISCOS E INCERTEZAS (TRADUÇÃO TÉCNICA).....	21
3.1	ALÉM DA ANÁLISE DO fluxo de caixa descontado (DISCOUNTED cash flow - DCF) / valor presente líquido (net present value - NPV).....	21
3.2	ATITUDES DE RISCO – DO VALOR ESPERADO AO VALOR DE PREFERÊNCIA ESPERADA (EQUIVALENTES DE CERTEZA) E PREÇOS DE PROJETOS DE RISCO	22
3.2.1	Compreendendo a natureza do risco e dos retornos de risco neutro esperados.....	22
3.2.2	Das decisões de investimento de risco neutro às de aversão ao risco	25
3.2.3	Exposição ao risco e valor em risco (<i>Risk exposure and value at risk - VaR</i>)	29
3.2.4	Preferências de risco e o preço das oportunidades de investimento arriscadas.....	32
3.3	TRANSMISSÃO DE RISCOS ATRAVÉS DE JOINT VENTURES .	39
3.4	ÁRVORES DE DECISÃO BAYESIANAS E ANÁLISE PROGRESSIVA DE RISCOS E VALORES	45
3.5	USO DE PREÇOS MODERNOS DE ATIVOS (Modern asset pricing, MAP) USANDO PREÇOS FUTUROS DE COMMODITY	60
3.5.1	Princípios de não arbitragem e replicação de portfólios	60
3.5.2	Preços futuros de commodities como equivalentes de certeza	61
3.6	DO DCF/NPV ESTÁTICO PARA AVALIAÇÕES DE OPÇÕES REAIS (ROV) DINÂMICAS.....	69

3.6.1	Uma lógica diferente.....	69
3.6.2	Tipos de opções reais em projetos de mineração	71
3.6.3	O mercado tem sido eficaz em estabelecer valores reais de opções - considerando o caso de Sally Malay	73
3.6.4	Estimando o valor da opção real do Projeto Sally Malay em setembro de 2001.....	76
3.7	USANDO ÁRVORES BINOMIAIS NA AVALIAÇÃO DE OPÇÕES REAIS NA PRÁTICA.....	79
3.8	AVALIANDO UMA OPÇÃO DE EXPANSÃO COM O MÉTODO DE REDE BINOMIAL USANDO A "PROBABILIDADE SEM RISCOS"	83
3.9	AVALIAÇÃO COMERCIAL DO GRAU DE TONELAGEM	87
3.10	AVALIANDO OS VALORES REAIS DAS OPÇÕES SEQUENCIAIS E COMPOSTAS DA EXPLORAÇÃO MINERAL FARM-IN / ACORDOS DE OPÇÕES	92
3.11	CONSIDERAÇÕES ESTRATÉGICAS DE ROV	97
3.12	CONCLUSÕES.....	99
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	101
5	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	103
6	REFERÊNCIAS DO CAP. 12 DO LIVRO <i>AUSTRALIAN MINERAL ECONOMICS</i>.....	103
7	APÊNDICE I – ALÉM DO CAPÍTULO 12 (AUSTRALIAN MINERALS ECONOMIC)	106
7.1	Análises de Sensibilidade	106
7.2	Simulação de Monte Carlo da Precificação de uma Opção de Compra (Guj fez por Black & Scholes)	115

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Decisão de risco neutro baseada no EMV	24
Figura 2. Decisão de risco neutro baseada no EMV, onde o sucesso do projeto A aumenta para 20%.	25
Figura 3. Distribuição binomial com 5 tentativas e chance de sucesso de 10%. Onde a probabilidade de sucesso em pelo menos 1 tentativa é 40.99%, e nenhum sucesso 59.01% (@RISK).	28
Figura 4. Cálculo do valor em risco. A) Extraído de Guj e Maxwell (2006); B) Capitalização no final do ano por \$M; C) VaR a 1% por \$M	31
Figura 5. Uma curva típica de perfil de risco para um investidor ou empresa. A) Extraído de Guj e Maxwell (2006); B) Nova simulação	34
Figura 6. Comparação da aversão ao risco de valores equivalentes de certeza dos projetos A e B. A) Extraído de Guj e Maxwell (2006); B) O Equivalente de certeza (Cx) do Projeto B é superior ao do Projeto A: $11.54 > 8.93$, então a decisão que maximiza o Cx é de escolher o Projeto B, indicado pelo software como verdadeiro; C) Trabalha-se com as Utilidades da Função Utilidade Exponencial, onde a Função Utilidade do Projeto B é superior à do A: $0.854 > 0.109$, então a decisão que maximiza a Utilidade é de escolher o Projeto B, indicado pelo software como verdadeiro.	36
Figura 7. A sensibilidade dos equivalentes de certeza (Cx) a e coeficientes de tolerância ao risco (RT). A) Extraído de Guj e Maxwell (2006); B) Simulação	38
Figura 8. Tomada de decisão baseada no EMV de \$25M. Parâmetros: probabilidade de descoberta de 50%; valor da descoberta: \$100M; investimento na exploração: \$50M.	40
Figura 9. Reproduzindo o exercício do livro corrigindo erros matemáticos. Parâmetros: probabilidade de descoberta de 50%; valor da descoberta: \$100M; investimento na exploração: \$50M ; RT: 72.72 .	40
Figura 10. Equivalência de certeza em função da porcentagem de patrimônio da <i>joint venture</i> . Em A) Cx máximo chega a \$ 5M, Em B) devido às considerações (para corrigir erros do livro) que foram feitas, quanto a investimento exploratório	

(mudança do RT etc.), Cx máximo ficou valendo apenas \$4M, mas o formato da curva se manteve e o % do patrimônio máximo ficou em 35% aproximadamente. 41

Figura 11. Compromisso de risco de *joint venture*. A) Extraído de Guj e Maxwell (2006); B). 43

Figura 12. Número de vezes pelas quais as *joint ventures* aumentam sua probabilidade (Binomial) cumulativa de descoberta : $0,6513 / 0,4099 = 1,59$ vezes 44

Figura 13 A) Árvore antes da inversão Bayesiana; B) Árvore depois da inversão Bayesiana. 47

Figura 14. Exemplo de árvore de decisão de exploração para determinar se deve-se ceder parte do negócio numa *joint venture* no estágio de perfuração. Valores em \$M. A) Extraído de Guj e Maxwell (2006); B) Reprodução do exercício. 50

Figura 15. Função utilidade exponencial e sua respectiva tolerância ao risco (RT) 51

Figura 16. Equivalentes de certeza correspondentes à árvore de valores esperados da Figura 14. A) Extraído de Guj e Maxwell (2006); B) Reprodução do exercício utilizando Cx; C) Reprodução do exercício utilizando função de utilidade. 53

Figura 17. Olhando pelo ponto de vista do equivalente de certeza ao financiar um projeto numa *joint venture*. A) modificado de Guj e maxwell (2006); B) reprodução através de equivalentes de certeza; C) através da função utilidade; D) através do EMV. 55

Figura 18. Analisando o histórico de exploração da Placer Dome na área de Laverton. 59

Figura 19. Diferenças entre descontar utilizando análise de fluxo de caixa descontado (DCF) e avaliações de opções reais (ROV) 62

Figura 20. Curvas de preços do níquel projetadas à vista e futuras em 30 de agosto de 2005. A) Modificado de Guj e Maxwell (2006); Preços de Níquel Futuros através de Cálculos Estatísticos; C) Preços De Níquel Futuros através de Simulação de Monte Carlo 66

Figura 21. Múltiplas opções reais derivadas dos trade-offs entre teor e tonelagem na mineração.	88
Figura 22. Análises de Sensibilidade ROV – A) Preço vs Valor de Expansão; B) Volatividade vs Taxa livre de risco; C) Preço vs Valor do Ativo	108
Figura 23. Efeitos sobre o valor da opção	108
Figura 24. Variação dos parâmetros (ROV)	109
Figura 25. Aleatoriedades das variáveis que interferem no ROV (Black-Scholes)	112
Figura 26. Gráficos de Tornado mostra o nível de sensibilidade de cada variável sobre o ROV – Rankeados por: A) Efeitos na média de saída ; B) Coeficiente de correlação de Spearman	113
Figura 27. Análises de Sensibilidade ROV – A) Volatividade vs Taxa livre de risco; B) Custo de implementação vs Valor do Ativo	114
Figura 28. Gráfico representativo da posição “Out-of-the-money”	117
Figura 29. Gráfico representativo da posição “In-of-the-money”	118
Figura 30. Gráfico representativo da posição “Deep-of-the-money”	119
Figura 31. Histograma de probabilidade para o ROV derivada da Simulação de Monte Carlo	119
Figura 32. Curva do valor da opção do Spot Price ao longo 11 anos	120
Figura 33. Histograma de probabilidade para o ROV no décimo primeiro ano	120

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Um modelo simples em dólar nominal de uma mina de ouro em operação.	22
Tabela 2. Histórico de exploração em Placer Dome no distrito de Laverton (modificado após Lord, Etheridge e Uttley, 2003)	56
Tabela 3. Comparação entre Fluxo de caixa descontado (Discounted cash flow -DCF) /Valor presente líquido (Net present value-NPV) e Modern Asset Pricing (MAP)/NPV de uma mina de níquel em operação.....	64
Tabela 4. Cálculo do valor da opção real de Sally Malay usando a Fórmula de Black e Scholes.....	66
Tabela 5. Cálculo do Valor da opção por Black-Scholes	78
Tabela 6. Opção de expansão avaliada usando uma árvore binomial com o método de probabilidade livre de risco. A) Modificado de Guj e Maxwell (2006); B) Reprodução.....	85
Tabela 7. Estimando o valor da opção de escolha de uma mineradora para expandir, contrair ou abandonar a produção.....	90
Tabela 8. Opção de expansão usando árvore binomial.....	91
Tabela 9. Avaliação da opção sequencial / composta inerente a um contrato de entrada de exploração mineral.	95
Tabela 10. Análise de sensibilidade <i>ceteris paribus</i>	106
Tabela 11. Análise de Sensibilidade ROV em relação às demais variáveis (Tabela 9).....	113
Tabela 12. Reprodução do cálculo da opção real utilizando Black & Scholes	115
Tabela 13. Simulação de Monte Carlo do valor do ativo, ano a ano. Z (5%;29%), média de 5% ao ano (taxa livre de risco) e desvpad de 29% ao ano (Posição <i>Out-the-money</i>)	116

Tabela 14. Simulação de Monte Carlo do valor do ativo, ano a ano. $Z(5\%;29\%)$, média de 5% ao ano (taxa livre de risco) e desvpad de 29% ao ano (Posição <i>In-the-money</i>)	117
--	-----

Tabela 15. Simulação de Monte Carlo do valor do ativo, ano a ano. $Z(5\%;29\%)$, média de 5% ao ano (taxa livre de risco) e desvpad de 29% ao ano (Posição <i>Deep-the-money</i>)	118
--	-----

1 INTRODUÇÃO

A exploração mineral vem evoluindo ao longo do tempo, na tentativa de fazer frente aos novos desafios de ordem tecnológica e estratégica, deixando de ser uma atividade meramente prospectiva para uma ciência complexa interdisciplinar, que visa agregar valor a cada etapa do desenvolvimento de um projeto mineral (Moon et al 2026). Nas últimas décadas, a taxa de descoberta de novos depósitos minerais vem decaindo, principalmente devido à escassez de depósitos próximos à superfície, o que resulta numa exploração que demanda o emprego de técnicas mais sofisticadas de geofísica, geoquímica, geometalúrgicas e de engenharia para a viabilização de projetos antes inacessíveis técnica e financeiramente.

O desenvolvimento de projetos minerais exige elevados gastos, sendo também caracteristicamente uma atividade de alto risco, que disputa com outros setores da economia mundial a atração de financiamento para a sua realização. Por isso, faz-se necessária a correta avaliação de projetos minerais, estimar seus riscos e incertezas, permitindo tomar a melhor decisão, buscando o melhor custo benefício para cada investidor.

Apesar de o setor mineral disputar crédito com outros setores mais conservadores da economia, ainda pode ser muito atrativo, principalmente se for possível mensurar as variáveis de risco, haja vista o grande potencial de retorno destes investimentos. O gerenciamento de riscos é a ciência que gera estratégias para prever, aliviar e/ou neutralizar os impactos negativos de eventos que não estão sob controle de gestores e acionistas. Os riscos não apenas são as probabilidades de eventos negativos acontecerem, mas são quantificados de acordo com a pré-disposição ao risco do investidor, i.e., um mesmo evento pode oferecer mais risco a um investidor mais avesso a danos, do que a um mais destemido. O risco é definido em referência às expectativas de cada um.

O investidor torna-se mais sensível a perdas conforme um maior percentual de seu patrimônio esteja vulnerável, numa dada oportunidade, tornando-se mais arriscada.

Portanto, cada projeto possui um tamanho apropriado para cada tipo de investidor, os quais têm capacidades de financiamento distintas. Eventualmente,

projetos de grande escalão podem viabilizar parcerias, a fim de mitigar os riscos para ambas as partes. As *Joint Ventures*, além de permitirem a um investidor dividir os lucros e riscos de um projeto, permitem-no financiar dois projetos similares de exploração por unidade de dinheiro, em vez de apenas um (no caso, JV 50%/50%).

Em geral, a baixa tolerância ao risco, onera os investidores e acionistas, reduzindo lucros, desde que as metas de exposição ao risco estejam bem definidas. É o custo da segurança. A evolução da avaliação do risco fez com que análises mais complexas surgissem e permitissem ao gestor quantificar separadamente cada processo da exploração mineral. Haja vista a longa duração e as diferentes probabilidades de eventos sucessivos ocorrerem, desde o mapeamento geológico regional até a mina.

As árvores de decisão são preferíveis neste caso, em detrimento das análises de fluxos de caixa descontado (DCF) e valor presente líquido (NPV), pois estas, de forma simplista, implicam em decisões binárias pontuais de investir/rejeitar um projeto. As árvores são dinâmicas e permitem uma mudança de rumo do projeto a cada acontecimento, desde abandoná-lo a baixas perdas, ou se associar posteriormente a um financiador mais robusto, disposto a assumir maiores riscos.

O grande desafio é produzir estimativas realistas de probabilidade de eventos naturais. Usualmente, baseiam-se em experiências de séries históricas e ensaios experimentais, além da experiência e *feeling* de geocientistas.

Como forma de “calibração” de ativos em geral, no mercado financeiro, existe o conceito de que, com a evolução dos projetos e disseminação das informações, incorpora-se ou deprecia-se um ativo no longo prazo. Sendo assim, ativos com características semelhantes, com o mesmo fluxo de caixa no tempo futuro, tendem a ter avaliações parecidas. Ao mesmo tempo, só se pode falar de fluxo de caixa no tempo futuro, com o uso de contratos a prazo para a venda de *commodities*, que servem como forma de “equivalentes de certeza”, dada a alta volatilidade potencial do preço das *commodities*.

Outra maneira de atenuar o risco inerente a qualquer projeto mineral é transmitir os riscos através de *joint ventures*, que dispersam os riscos, além de permitir uma diversificação estratégica, entre outros fatores. A otimização dessa estratégia

passa pela distribuição acionária apropriada para empresas com tolerâncias ao risco e contextos distintos. Sendo assim, através dos equivalentes de certeza podem-se realizar análises que permitam a diversas empresas diluírem seus riscos ao entrarem em diversos projetos, otimizando a probabilidade de descoberta (P_s), ao aumentar o número de tentativas, e neutralizando suas perdas.

Diante disso, podem-se utilizar árvores de decisão como ferramenta de suporte relativamente assertivas para tomada de decisão. Tendo em vista que, em projetos de exploração mineral, eventos sucessivos de probabilidade e decisão são interdependentes, árvores de decisão *bayesianas* mostram-se de grande valia como suporte à tomada de decisão, num contexto em que muitos resultados, por vezes, não são intuitivos.

Diversos projetos de mineração, são estipulados de maneira que os tomadores de decisão possuem a opção de prosseguir ou não com as fases do projeto, de acordo com as condições daquele momento. Tal modalidade é conhecida como valor de opção real (ROV), na qual a volatilidade possui grande influência. Permite-se, assim, que diversas decisões sejam tomadas ao longo do desenvolvimento do projeto, de acordo com as condições presentes (atrasar o desenvolvimento da mina, projeto piloto, regular taxas de produção, entre outras).

Porém, essa flexibilidade não é refletida numa possível valorização do ativo ou não, nos modelos determinísticos DCF / NPV (Fluxo de Caixa Descontado e Valor Presente Líquido).

Todas essas características impõem um mercado extremamente competitivo, exigindo dos investidores melhor gestão na tomada de decisão ao se exporem ao risco. Neste contexto, fica claro que estratégias e ferramentas de gerenciamento de risco são indispensáveis para avaliar a robustez de projetos minerários.

Assim, o gerenciamento de risco se apresenta como importante ferramenta em um planejamento detalhado do financiamento de um projeto. Os resultados deste trabalho proporcionam aos investidores, bancos de investimento e à própria mineradora uma base mais sólida para a tomada de decisão de risco, ao investir em um determinado projeto.

Tais ferramentas são essenciais na formação dos geólogos, os quais comumente encontram-se em um *gap* de conhecimento sobre o assunto na academia.

Esbarram na dificuldade de se encontrar material didático com qualidade e acessibilidade linguística e matemática. Assim sendo, este trabalho, através de exercícios práticos e replicáveis, foi motivado pelo conteúdo de excelente qualidade e fácil compreensão do livro *Australian Mineral Economics*, tomando como base a tradução técnica e reprodução das análises realizadas no *Capítulo 12: Avaliação de projetos minerais: Lidando com o risco e incerteza*, de autoria de Pietro Guj.

Apesar da reconhecida importância de se avaliar o risco em projetos minerais, há relativa escassez de publicações sobre o tema. São poucos os trabalhos que abordam os aspectos técnicos e metodológicos, assim como estudos de caso. São poucos os profissionais no meio acadêmico que se dedicam ao assunto e, nesse sentido, vale ressaltar o livro em foco, editado por Maxwell (2006) intitulado “*Australian Mineral Economics*”, o qual tenta cobrir vários aspectos da economia mineral da Austrália. Mais especificamente, em relação à análise econômica de projetos minerais, o capítulo 10 abordou os conceitos mais tradicionais sobre DCF e NPV, sendo que, no capítulo 12 sob o título de “*Avaliação de projetos minerais: Lidando com o risco e incerteza*”, o autor Pietro Guj discorre sobre incerteza e risco. Este capítulo torna-se então o foco desse Trabalho de Conclusão do Curso de Graduação em Geologia da UFRJ.

1.1 OBJETIVOS

Os objetivos gerais deste trabalho são: (1) executar uma tradução técnica do **Capítulo 12: Avaliação de projetos minerais: Lidando com o risco e incerteza** do livro *Australian Mineral Economics*; (2) reproduzir os exercícios com dados disponibilizados pelo livro; (3) validar os resultados apresentados por Pietro Guj e/ou encontrar divergências, como foi o caso, em algumas oportunidades. Objetivos específicos:

- Transpor a barreira lingüística, do idioma Inglês para o Português, na avaliação de projetos de exploração mineral para geólogos;
- Replicar as análises dos estudos de caso, com ferramentas de *software*, ressaltando os benefícios da aplicação;
- Elucidar alguns equívocos cometidos pelo autor;
- Replicar os resultados mostrados no livro, fazendo uso do software de análise de risco *@Risk*, de Simulação de Monte Carlo; e *Precision Tree*, de Árvores de Decisão; e
- Acrescentar poderio de análise e didática, transcendendo o ponto atingido por esta excelente obra do autor Pietro Guj.

2 METODOLOGIA

Este trabalho consiste em pesquisa bibliográfica acerca da ampla temática de avaliação de projetos minerais, no qual se fez necessária o entendimento de diversos conceitos e prerrogativas no âmbito do mercado financeiro e de *valuation*, que atualmente não fazem parte da formação acadêmica dos geocientistas.

Procedeu-se a tradução técnica do Capítulo 12: Avaliação de projetos minerais: Lidando com o risco e incerteza do livro *Australian Mineral Economics*, além da pesquisa exploratória e descritiva sobre essa complexa temática.

Para correta e precisa reprodução e validação dos exemplos e estudos de caso propostos pelo autor Guj, fez-se uso dos softwares **@Risk**, para as simulações de Monte Carlos e **@Precision Tree**, para elaboração das árvores de decisões.

Tais reproduções permitiram o desenvolvimento de tabelas e gráficos, como resultados das análises feitas nos softwares citados. É importante ressaltar que, em algumas oportunidades, este trabalho foi além do proposto pelo Guj, elaborando passos intermediários nas análises, para melhor entendimento. Além do Apêndice I, onde foram feitas as análises de sensibilidade sugeridas, porém que não foram abordadas no capítulo 12 do livro *Australian Mineral Economics*.

3 AUSTRALIAN MINERAL ECONOMICS: LIDANDO COM RISCOS E INCERTEZAS (TRADUÇÃO TÉCNICA)

3.1 ALÉM DA ANÁLISE DO FLUXO DE CAIXA DESCONTADO (DISCOUNTED CASH FLOW - DCF) / VALOR PRESENTE LÍQUIDO (NET PRESENT VALUE - NPV)

Grande parte do Capítulo 10 (Guj e Maxwell, 2006; Tradução de Cruzik Filho, 2017) tratou de avaliações sob premissas de certeza. No entanto, a única coisa da qual podemos ter certeza é que praticamente todas as estimativas de insumos são de fato incertas, e não ocorrerão no nível estimado à medida que o projeto evolui. Frequentemente, o desempenho de um projeto é muito sensível e profundamente afetado pela volatilidade de insumos críticos. Ainda assim, pode ser bastante atraente investir em um projeto que incorpore uma série de informações incertas, desde que o mesmo seja projetado para antecipar prováveis eventualidades, e que estratégias adequadas de gerenciamento de riscos estejam em vigor, reconhecendo que o desempenho do projeto não é estático, como a natureza determinista da análise padrão do fluxo de caixa descontado (DCF) implicaria.

A decisão de investir em um projeto baseado exclusivamente em DCF / NPV leva o investidor a estar inflexivelmente comprometido com o plano do projeto, independentemente de eventos futuros. Logo que muitos poucos projetos evoluem estritamente de acordo com os planos.

Os administradores geralmente podem reagir a eventos, previstos ou não, e modificar suas ações de maneira a minimizar o impacto da incerteza ou do risco. A ciência de prever e planejar estratégias para aliviar ou até neutralizar os impactos potencialmente negativos de eventos incertos é conhecida como gerenciamento de riscos. A amplitude com que os investidores gerenciam o risco é função de sua tolerância individual ou corporativa e atitude associada ao risco, que normalmente é fortemente influenciada por seu nível de riqueza.

A discussão neste capítulo explorará como as avaliações estáticas do DCF, que endossam decisões de investimento neutras em relação ao risco, baseadas no valor monetário esperado (EMV), podem ser analisadas e modificadas para levar em

conta a aversão ao risco individual, gerando medidas de risco adaptado ou **equivalente de certeza (Cx)**.

3.2 ATITUDES DE RISCO – DO VALOR ESPERADO AO VALOR DE PREFERÊNCIA ESPERADA (EQUIVALENTES DE CERTEZA) E PREÇOS DE PROJETOS DE RISCO

3.2.1 Compreendendo a natureza do risco e dos retornos de risco neutro esperados

Tabela 1. Um modelo simples em dólar nominal de uma mina de ouro em operação.

Ano	0	1	2	3	4	5	6	Total
(em milhões de dólares)								
Receita das vendas		26.46	27.26	28.08	28.92	29.79		140.51
Ganhos de capital no resgate							10	10
Menos:								
Royalty a 2.5%		-0.66	-0.68	-0.7	-0.72	-0.74		-3.51
Despesas operacionais		-9.89	-10.18	-10.49	-10.8	-11.13		-52.5
Depreciação		-8	-8	-8	-8	-8		-40
Lucro pré impostos		7.92	8.39	8.88	9.39	9.91	10	54.5
Menos 30% de impostos		-2.37	-2.52	-2.67	-2.82	-2.97	-3	-16.35
Lucro pós impostos		5.54	5.87	6.22	6.57	6.94	7	38.15
Readicionando a depreciação		8	8	8	8	8		40
Fluxo de caixa líquido (Net cash flow - NCF)	-40	13.54	13.87	14.22	14.57	14.94	7	78.15
Fator de desconto	1	0.8826	0.779	0.6876	0.6068	0.5356	0.4727	
Valor presente do NCF	-40	11.95	10.81	9.78	8.84	8	3.31	
Fluxo de caixa descontado (Discounted cash flow - DCF) acumulado	-40	-28.05	-17.24	-7.46	1.38	9.38	12.69	
Valor presente líquido com 13.3% de desconto	12.69							
Taca interna de retorno (TIR)	24.65%							
Período de reembolso descontado	4							
Índice de eficiência de capital	0.32							

No Capítulo 10, a análise de sensibilidade e o cenário foram usados para identificar e quantificar as variáveis de entrada para as quais o desempenho do modelo de mina de fluxo de caixa de seleção foi mais sensível (Tabela 1). Uma simulação de Monte Carlo foi então aplicada para produzir:

- **Valor monetário esperado (EMV)** (i.e. NPV = \$ 12.89 milhões). Representa a média da distribuição ou a soma de todos os possíveis valores de NPV ponderados por suas respectivas probabilidades de ocorrência, ou seja:

$$Média = \sum_{i=0}^n (x_i * p_i)$$

- **Risco**, medido pelo desvio padrão em torno dessa média (i.e., \$ 8.98 milhões), a fórmula é:

$$Desvio\ padrão = \left[\sum_{i=0}^n (x_i - média)^2 * p_i \right]^{0.5}$$

- Definindo a distribuição de probabilidade de todos os possíveis NPVs de acordo com as premissas probabilísticas de entrada usadas na simulação de Monte Carlo.

Da mesma forma, o valor esperado de um jogo de moeda, em que o banco paga \$ 2 se o jogo der cara (H) e o jogador paga \$ 1 se der coroa (T), do ponto de vista do jogador:

$$EMV = 50\% * \$2 + 50\% * (-\$1) = \$0.50$$

$$ou\ um\ retorno\ esperado = \$0.50 / \$1 = 50\%$$

Nesse caso, sabe-se que a probabilidade clássica ou objetiva discreta desses dois eventos é (**p (H) = p (T) = 50%**), que são mutuamente exclusivos e coletivamente exaustivos. Nenhum outro evento pode acontecer e, portanto, a probabilidade cumulativa de ocorrência deve ser um. Embora exista uma expectativa de que, no final das contas, alguém ganhe \$ 0.50, há uma chance razoavelmente alta de perder \$ 1 em cada teste.

Nas finanças, o risco é definido em referência às expectativas. Há tanto um lado positivo quanto outro negativo, que inclui, mas não se limita, ao risco em seu significado coloquial, como a chance de ter uma perda monetária.

Com base no retorno esperado de cada dólar investido, o jogo representa uma boa oportunidade de investimento. Ninguém hesitaria em investir nele. Esse, pelo menos, seria o caso, desde que não houvesse concorrentes oferecendo um jogo semelhante com um EMV maior (digamos que paga-se \$ 4 em vez de \$ 2 pela mesma aposta de \$ 1, ou seja, com um EMV de \$ 1.50).

É comum ter que escolher entre dois projetos de exploração mutuamente exclusivos, tais como:

- **projeto A**, que tem um valor bruto potencial de \$ 105 milhões com uma probabilidade de 10% de descoberta e um custo de exploração de \$ 5 milhões; e
- **projeto B**, que possui um valor bruto potencial de \$ 70 milhões, com 80% de probabilidade de descoberta e um custo de exploração de \$ 40 milhões.

Seus respectivos valores monetários esperados (EMVs) são:

- $EMV(A) = 0.1 * (\$ 105 \text{ milhões} - \$ 5 \text{ milhões}) + 0.9 * (- \$ 5 \text{ milhões}) = \$ 5.5 \text{ milhões}$; e
- $EMV(B) = 0.8 * (\$ 70 \text{ milhões} - \$ 40 \text{ milhões}) + 0.2 * (- \$ 40 \text{ milhões}) = \$ 16 \text{ milhões}$.

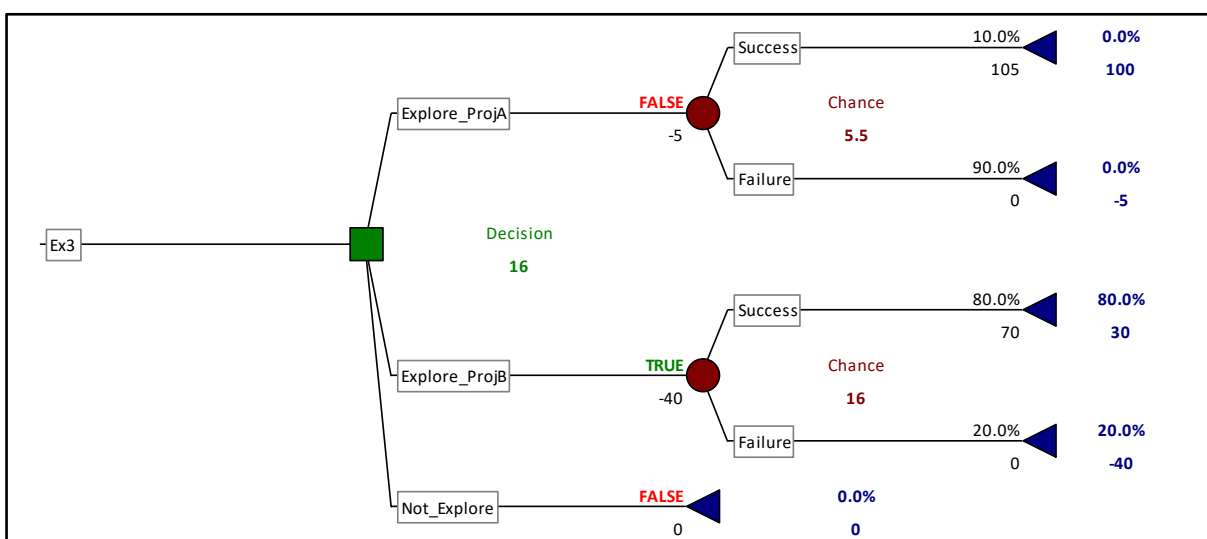


Figura 1. Decisão de risco neutro baseada no EMV

Os investidores racionais são maximizadores de riqueza. Usando um critério estritamente de risco neutro (ou seja, se fossem indiferentes às diferentes exposições a riscos inerentes aos dois projetos), eles selecionariam o projeto com o EMV mais alto, ou seja, o projeto B. Mas agora vamos assumir que a fase de exploração no projeto A leva para uma melhoria na sua chance de descoberta de 10% para 20%. O EMV do projeto A agora se torna:

- $EMV(A) = 0.2 * (\$ 105 \text{ M} - \$ 5 \text{ M}) + 0.8 * (- \$ 5 \text{ M}) = \$ 16 \text{ M}$.

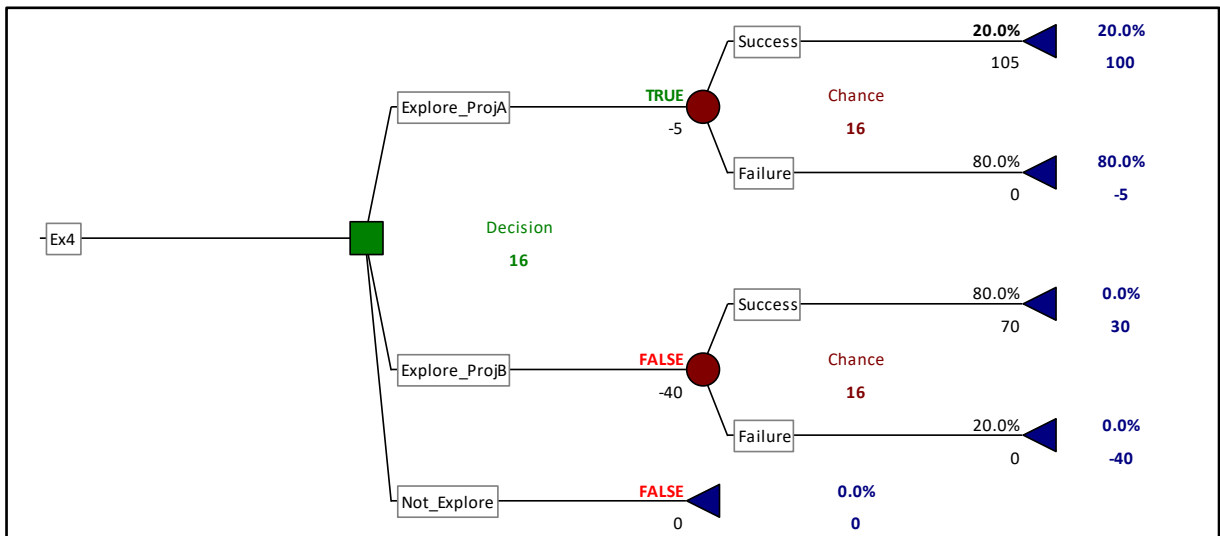


Figura 2. Decisão de risco neutro baseada no EMV, onde o sucesso do projeto A aumenta para 20%.

Os investidores de risco neutro devem ser agora, em teoria, indiferentes entre o projeto A e B, porque eles têm o mesmo EMV de \$ 16 milhões, independentemente de suas diferentes características de risco. O Projeto A tem uma chance menor de um retorno mais alto, mas uma chance 'de prejuízo maior' menor que B e vice-versa. Os investidores de risco neutro não diferenciam entre investir em um número maior de projetos do tipo A ou em um número menor de projetos do tipo B, desde que tenham a mesma expectativa de um EMV de \$ 16 milhões.

Tal atitude, no entanto, parece irreal na vida real. A escolha se torna mais complexa porque os investidores não são indiferentes à exposição ao risco subjacente e geralmente são avessos ao risco.

3.2.2 Das decisões de investimento de risco neutro às de aversão ao risco

Voltando ao jogo de arremesso de moedas, seu retorno esperado ainda será de 50% se as apostas forem progressivamente aumentadas para:

- \$ 200 e - \$ 100,
- \$ 2000 e - \$ 1000,
- \$ 20.000 e - \$ 10.000,
- \$ 20 milhões e - \$ 10 milhões e assim por diante.

No entanto, à medida que as apostas aumentam em relação à riqueza de um investidor, sua atitude logo passará de neutra a aversão ao risco. Isso acontece porque, à medida em que o capital em risco como proporção da riqueza aumenta, tornam-se cada vez mais sensíveis à exposição ao risco de perder.

Considere uma empresa de exploração com um orçamento de \$ 1 milhão embarcando em uma série de projetos que custam \$ 0,2 milhão cada área de pesquisa geológica com um dote mineral que resulta em 10% de chance de sucesso em cada tentativa (Ps). A empresa está em condições de suportar cinco falhas sucessivas, após as quais sairá do negócio.

Uma distribuição de probabilidade discreta de eventos mutuamente exclusivos do tipo sucesso e falha é uma **distribuição binomial**:

Probabilidade de 'x' sucessos em 'n' tentativas:

$$P_x^n = (C_x^n) * P^x * (1 - P)^{n-x}$$

Onde:

P = probabilidade de sucesso em cada tentativa

n=número de tentativas

x=número de sucesso nas tentativas

x! é Fatorial de x

(n-x)! é Fatorial de (n-x)

$$(C_x^n) = \frac{n!}{[x! * (n-x)!]}, \text{ onde:}$$

(C_x^n) = Combinações de n elementos em grupos de x

Uma combinação é qualquer conjunto ou subconjunto de itens, independentemente da sua ordem interna. As combinações diferem das permutações, para as quais a ordem interna é importante.

Para cada conjunto de n tentativas, haverá x sucessos e (n-x) falhas!

$$n! = 1 * 2 * \dots * n \text{ e}$$

$$0! = 1$$

Portanto, a probabilidade de sobrevivência, ou seja, de pelo menos um sucesso em cinco tentativas P_x^n , para $n=5$ tentativas e $x=1$ sucesso, será a soma das probabilidades de:

- uma descoberta em cinco tentativas (P_1^5), um evento razoavelmente provável, mais
- duas descobertas em cinco tentativas (P_2^5), mais
- três descobertas em cinco tentativas (P_3^5), mais
- quatro descobertas em cinco tentativas (P_4^5), mais
- cinco descobertas em cinco tentativas (P_5^5), um evento muito improvável.

Portanto:

$$P_1^5 = \left[\frac{5!}{(1! * 4!)} \right] * 0.1 * 0.9^4 + \left[\frac{5!}{(2! * 3!)} \right] * 0.1^2 * 0.9^3 + [...] \\ + \left[\frac{5!}{(4! * 1!)} \right] * 0.1^4 * 0.9^1 = \mathbf{0.4099 \text{ ou } 40.99\%}$$

	P	10%	P	1-P	Fat n=5	
	n	5	10%	90%	120	
		x	n-x	C_xⁿ	Fat n	Fat(n-x)
Gambler's ruin		0	5	59,05%	1	120
		1	4	32,81%	1	24
		2	3	7,29%	2	6
		3	2	0,81%	6	2
		4	1	0,05%	24	1
		5	0	0,00%	120	1
Probabilidade de 1 sucesso ou mais =				40,95%		

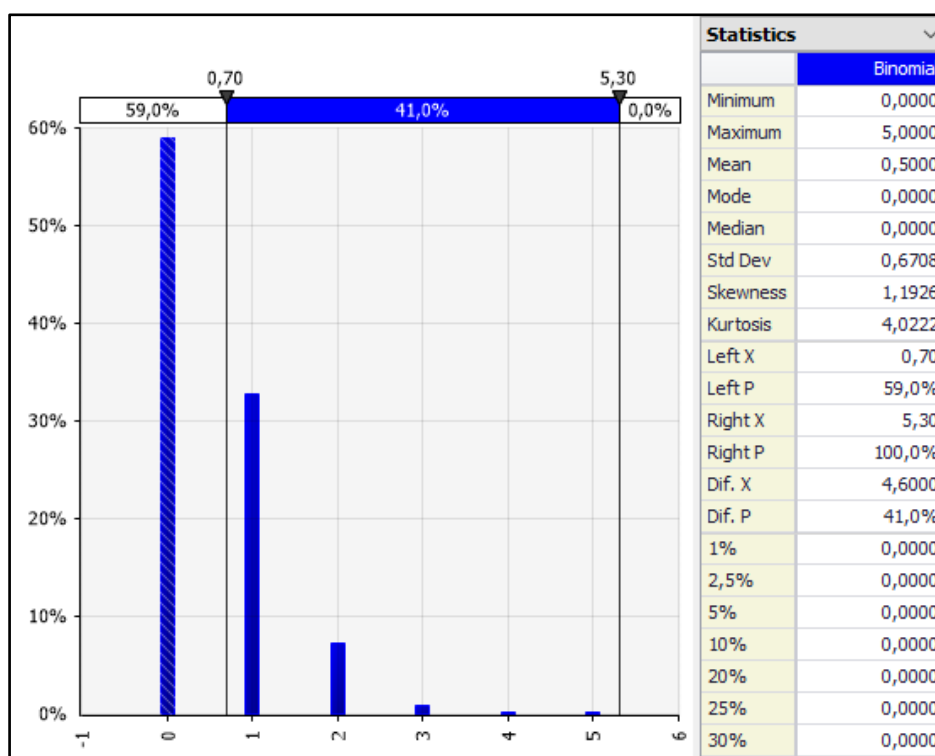


Figura 3. Distribuição binomial com 5 tentativas e chance de sucesso de 10%. Onde a probabilidade de sucesso em pelo menos 1 tentativa é 40.99%, e nenhum sucesso 59.01% (@RISK).

Um número semelhante poderia ter sido obtido usando a aproximação exponencial contínua da distribuição binomial, isto é, $P_x^n = 1 - e^{-nP_s}$ ou $P_1^5 = 1 - \exp(-5 * 0.1) = 1 - 0.6065 = 0.3935$ ou 39,35%.

Como consequência, a probabilidade de perda do jogador, ou seja, 1 menos a probabilidade de pelo menos um sucesso em cinco tentativas (P_1^5) = $1 - 0.4099 = 0.5901$ ou 59%.

Claramente, a empresa teria que pensar e se perguntar se está no jogo certo.

Na verdade, essa estimativa da probabilidade de falha é conservadora, porque se baseia na suposição inerente de que a probabilidade de descoberta em um único estudo não diminui com sucessivas descobertas. Isso equivale a explorar em um terreno com uma reserva muito grande de corpos de minério não descobertas ou criar amostragens estatísticas com substituições.

Uma aproximação melhor poderia ser obtida usando uma distribuição hipergeométrica, desde que se possa estimar a taxa em que a probabilidade inicial de

descoberta em cada tentativa diminui a cada nova descoberta sucessiva à medida em que a área amadurece, ou seja: amostragem sem substituição.

Essas estatísticas normalmente não levam em consideração nenhum efeito de “aprendizado” dos sucessos e falhas de si próprio e de outros que influenciam a probabilidade de sucesso (e sua percepção na mente dos exploradores) em sucessivas tentativas.

A magnitude das possíveis consequências adversas de um resultado negativo multiplicado pela probabilidade de ocorrência representa a gravidade do impacto do risco ao qual se está exposto ao embarcar em qualquer empreendimento incerto. Qualquer empresa deve avaliar seriamente as consequências corporativas de tal impacto no estabelecimento de uma gestão sólida de riscos à sua política de determinar as estratégias futuras, de acordo com um nível de exposição a riscos aceitável para seus acionistas.

Se o projeto já é um de seus ativos, eles podem:

- vendê-lo para uma parte melhor equipada para lidar com seu risco; ou
- espalhar o risco, cultivando algum patrimônio por meio de uma *joint venture*.

Se, por outro lado, o projeto representa uma nova oportunidade de investimento, eles podem:

- arcar com o risco;
- cobrir ou segurar elementos dele, se possível;
- transferir parte do risco para outra parte através de contratos de arranjos;
- espalhar o risco, explorando a um nível de patrimônio inferior a 100% por meio de uma *joint venture*; ou
- rejeitar o projeto.

3.2.3 Exposição ao risco e valor em risco (*Risk exposure and value at risk - VaR*)

A política moderna de exposição a riscos utiliza uma medida chamada de valor em risco (VaR). VaR é a pior perda possível sob condições normais de mercado em

qualquer ativo, durante um período determinado em um determinado nível de confiança, por exemplo, VaR a 1%. Quanto maior o período considerado, maior a o VaR se torna.

O conceito de VaR é discutido claramente em Benninga (2000, 209-215), que fornece tanto a base de como calcular o VaR para um único ativo quanto de como isso pode ser estendido para o uso primário no gerenciamento de um portfólio de vários projetos e/ou investimentos com diferentes características de risco.

Suponha que os possíveis retornos de uma empresa de exploração atualmente capitalizados em \$ 90 milhões são distribuídos normalmente, e que, com base no desempenho passado, o crescimento médio de sua capitalização é esperado em $\mu = 30\%$, mas dentro de um desvio padrão de $\sigma = 40\%$ ao ano. Pode-se perguntar:

1. Qual é a probabilidade de uma perda superior a \$ 10 milhões até o final do ano? Ou seja, que a capitalização da empresa será inferior a \$ 80 milhões.
2. Qual é a perda máxima que poderia ocorrer, com uma probabilidade de 1% (ou o VaR a 1%), se a seleção de projetos da empresa de exploração mostrar-se pobre?

É um exercício simples responder a essas perguntas:

- com a ajuda da distribuição normal padrão ou das tabelas z, ou
- desenhando a planilha usando um computador, como mostra a Figura 4.

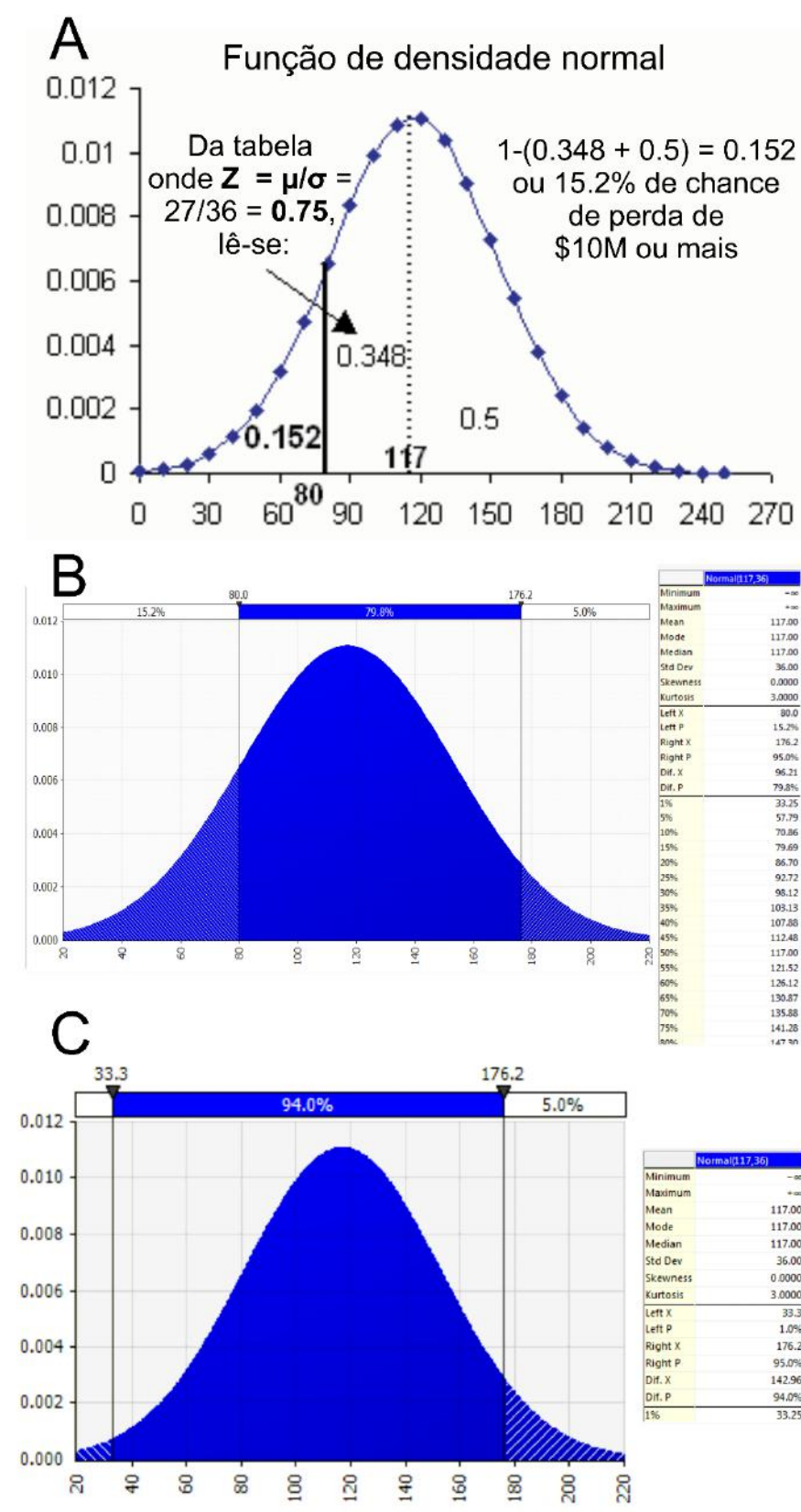


Figura 4. Cálculo do valor em risco. A) Extraído de Guj e Maxwell (2006); B) Capitalização no final do ano por \$M; C) VaR a 1% por \$M

O ponto de \$ 80 milhões na distribuição normal repousa em um valor de $z = \mu / \sigma = (30\% * \$ 90 \text{ M}) / (40\% * \$ 90 \text{ M}) = 0,75$. Como pode ser visto na Figura 4, 15.20% da área sob a curva está à esquerda de $z = 0.75$ ou \$ 80 M, ou seja, há uma chance de 15.20% de perder mais de \$ 10 milhões ou 84.80% de probabilidade de que, no final do ano, o ativo valerá \$ 80 milhões ou mais. Para determinar o VaR em um 1%, segue-se o processo inverso, calculando o valor de z que corresponda a uma área de $0.5 - 0.01 = 0.49$ sob a curva de densidade normal padrão. Este valor de z é 2.333. Portanto, o valor de corte será:

$$\$117 \text{ M} - 2.333 * \$36 \text{ M} = \$33.012 \text{ M}$$

Isso significa que existe uma probabilidade de 1% de que até \$ 33.012 milhões estejam em risco, ou ao contrário, no final do ano, é esperado que o valor do ativo seja de \$ 56.988 milhões (i.e., \$ 90 milhões - \$ 33.012 milhões) ou mais com um nível de confiança de 99%.

A aplicação do VaR em um portfólio de segurança implica uma estimativa média da variabilidade dos retornos de cada ativo, e a construção de uma matriz de variância-covariância computacionalmente intensa. Uma abordagem alternativa mais prática para determinar o valor em risco de um portfólio de projetos de exploração e mineração é executar uma simulação de Monte Carlo de todos os projetos simultaneamente, e determinar seu valor coletivo esperado e as distribuições de possíveis resultados agregados, levando em consideração qualquer nível significativo de correlação entre os insumos de vários projetos. Esse tipo de análise, que é comum nas funções de tesouraria de bancos e outras instituições financeiras, atualmente está sendo adaptado por algumas das principais mineradoras como uma ferramenta de planejamento estratégico.

3.2.4 Preferências de risco e o preço das oportunidades de investimento arriscadas

O nível de aversão ao risco varia de investidor para investidor em função de:

- sua riqueza individual / capital de risco; e

- outras características individuais ou corporativas que são uma função da cultura da organização, sua administração e experiências passadas de exposição a riscos.

É possível superar os déficits do uso do critério esperado de valor (ou seja, assumindo o risco neutro) em decisões de investimentos arriscados, usando a **função 'utilitária'**. Esta função, exclusiva para cada investidor, captura a maneira com que ele avalia os riscos inerentes de um projeto, ou seja, sua aversão ao risco.

A maioria das funções utilitárias na análise de decisão moderna são exponenciais e, se o pagamento for desejável, ou seja, para ser maximizado, segue o formulário:

$$u(x) = 1 - e^{-x/RT}$$

Onde:

RT é o **coeficiente de tolerância ao risco**

x é a variável de pagamento monetário

e = 2.7182818 é a constante exponencial

É prática normal escalar curvas de perfil de risco de tal maneira que o valor da utilidade no eixo y, como na Figura 5, varie entre -1 e 1.

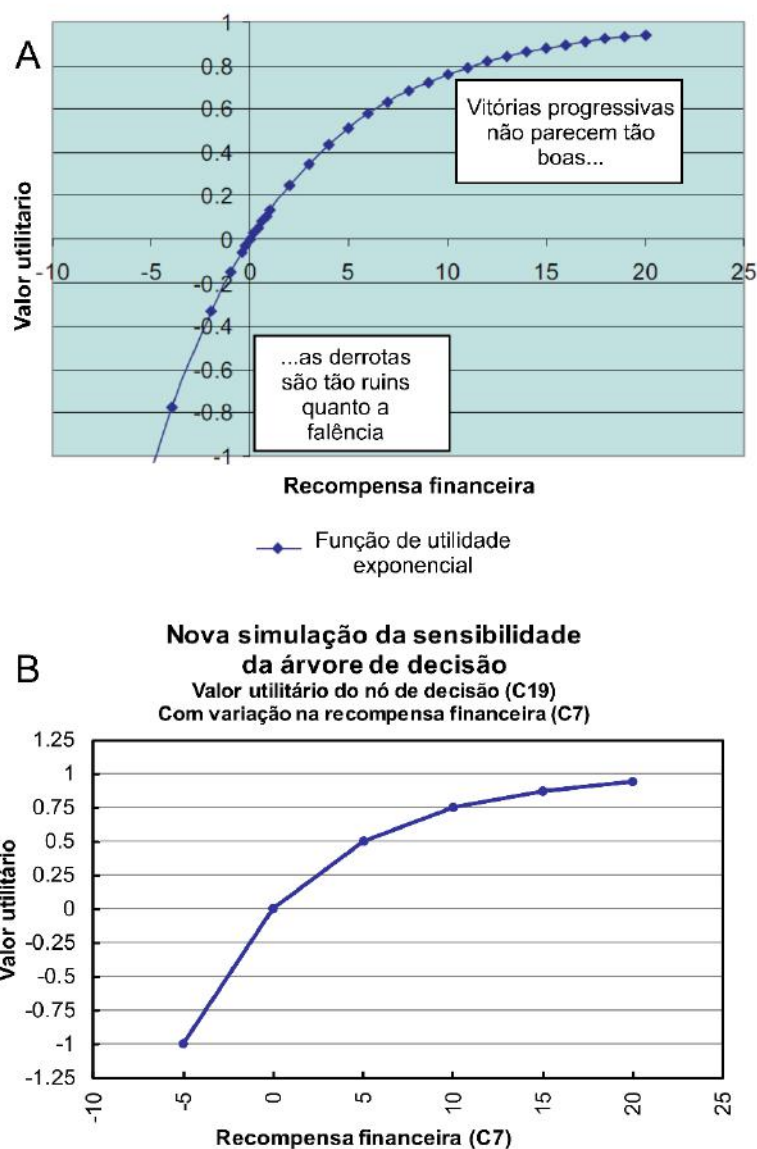


Figura 5. Uma curva típica de perfil de risco para um investidor ou empresa. A) Extraído de Guj e Maxwell (2006); B) Nova simulação

A neutralidade do risco, ou seja, uma linha reta, é próxima apenas para perdas e ganhos potenciais relativamente pequenos, além dos quais a aversão ao risco se instala rapidamente. De fato, a função de utilidade é altamente côncava em relação à recompensa ou ao eixo x.

Você poderia dizer que uma vitória não é tão boa quanto a perda dessa mesma quantidade parece ruim. Isto é particularmente verdade, depois de uma série de perdas consecutivas, quando o capital de risco se aproxima do limite e a probabilidade

e o medo de perder do jogador aumentam. Nesse exemplo, uma perda de -5 tem um valor de utilidade em torno de -0.95: aproximadamente o dobro (~ 0.5) de uma vitória de magnitude semelhante de +5.

O coeficiente de tolerância a riscos (RT) individual também é o principal determinante do preço de venda que o detentor de um projeto arriscado estaria preparado para alienar, em troca de dinheiro seguro em mãos. Esse preço à vista assegurado representa o “**Equivalente certeza (Cx)**” do valor incerto esperado do projeto.

O melhor exemplo prático de uma equivalente certeza no contexto da mineração é o preço do contrato a prazo da mercadoria. A natureza vinculativa dos contratos de venda a prazo significa que o vendedor receberá o valor exato acordado a prazo com certeza, neutralizando assim qualquer risco de preço. Isso pode ser indicado como:

$$C_x = -RT \ln \left[\sum_{i=1}^n p_i e^{-x_i/RT} \right]$$

Onde:

p_i é a probabilidade de resultado i

x_i é o valor do resultado i

n é o número total de resultados possíveis

Por exemplo: se a empresa possui um coeficiente de tolerância ao risco (RT) de \$ 100 milhões, o valor equivalente de certeza ($C_x(A)$) do projeto A é:

$$\begin{aligned} C_x(A) &= -\$100M * \ln \left(0.2 * e^{\frac{-\$100M}{100}} + 0.8 * e^{\frac{\$5M}{100}} \right) \\ &= -100M * \ln(0.073576 + 0.841016) \\ &= -100M * (-0.089277) \\ &= \$8.9277M \end{aligned}$$

Um valor de \$ 11,54 milhões pode ser obtido para o projeto B de maneira similar. Assim, se a empresa tivesse um RT de \$ 100 milhões, ela selecionaria o projeto B, porque seu valor de C_x em \$ 11.54 milhões é maior que A de \$ 8.93 milhões

(Figura 6), mesmo que os valores esperados desses dois projetos sejam iguais a \$ 16 milhões.

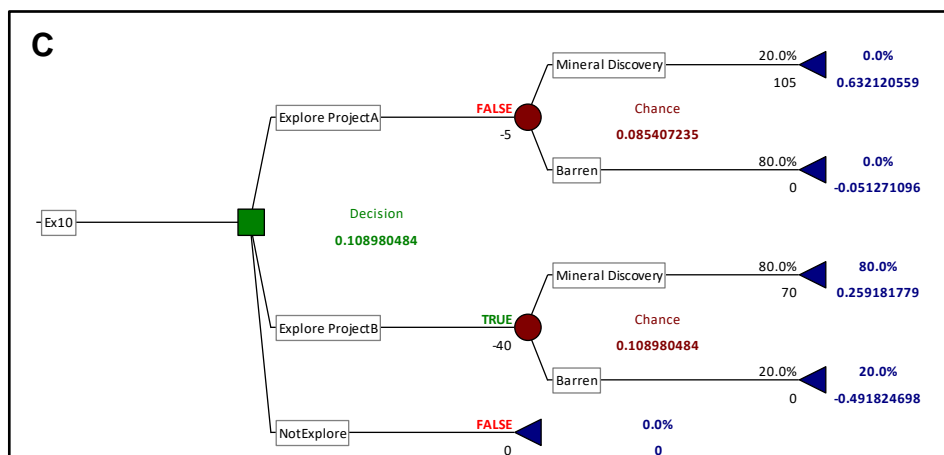
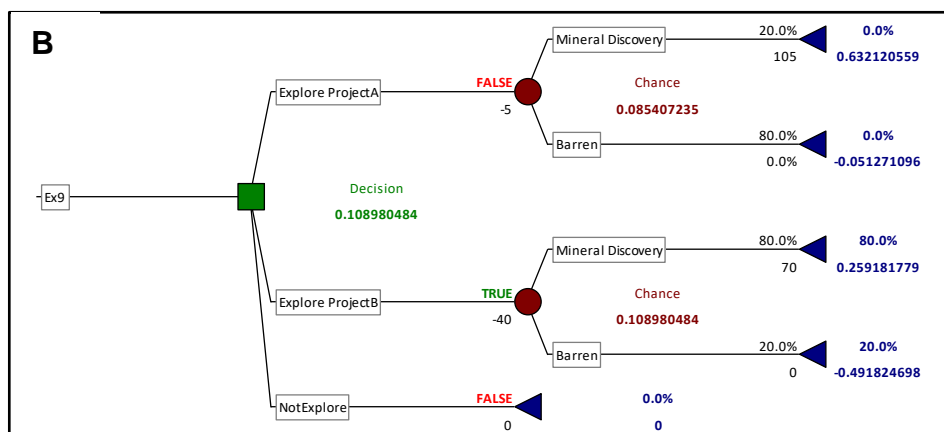
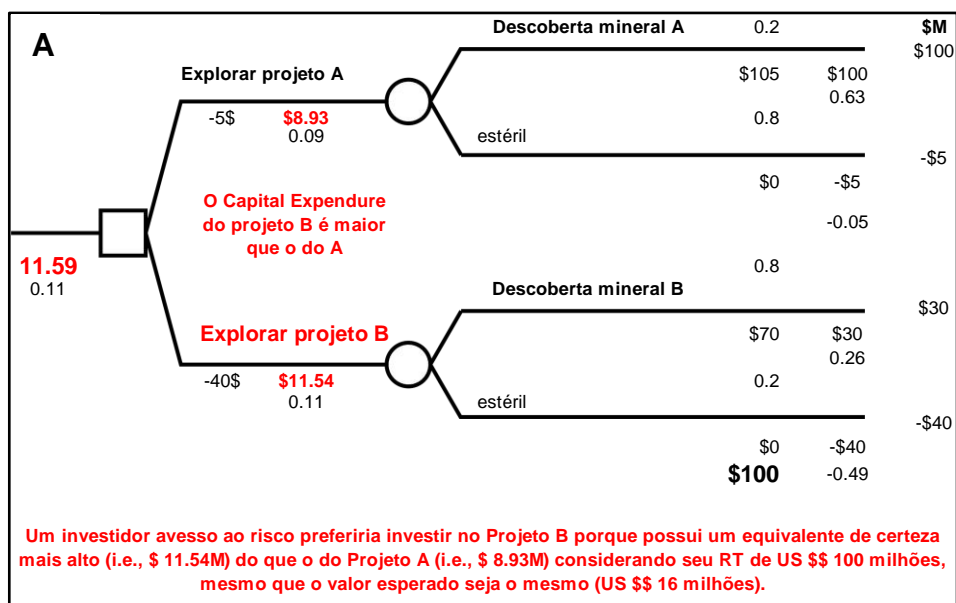


Figura 6. Comparação da aversão ao risco de valores equivalentes de certeza dos projetos A e B. A) Extraído de Guj e Maxwell (2006); B) O Equivalente de certeza (Cx) do Projeto B é superior ao do Projeto A: 11.54>8.93, então a decisão que maximiza o Cx é de escolher o Projeto B, indicado pelo

software como verdadeiro; C) Trabalha-se com as Utilidades da Função Utilidade Exponencial, onde A Função Utilidade do Projeto B é superior à do A: $0.854 > 0.109$, então a decisão que maximiza a Utilidade é de escolher o Projeto B, indicado pelo software como verdadeiro.

Com um RT de \$ 100 milhões, a empresa seria indiferente entre vender o projeto B por qualquer preço superior a \$ 11,54 milhões, ou tentar atingir seu EMV de \$ 16 milhões. Ela veria o valor líquido potencial de sucesso de \$ 30 milhões como desejável, mesmo que ele venha com um tamanho menor, mas ainda uma chance significativa de perder \$ 40 milhões.

Vale ressaltar que investidores com tolerâncias de risco inferiores a cerca de \$ 40 milhões ainda valorizariam ambos os projetos à venda no mínimo em torno de \$ 3.5 milhões, mesmo apesar de não estarem em condições de investir no projeto B (Figura 6). RTs inferiores a \$ 40 milhões no projeto A se tornam mais valiosos até que a um RT de cerca de \$ 33 milhões de Cx do projeto B se torne negativo, seguido pelo projeto A com um RT de cerca de \$ 22 milhões (Figura 7).

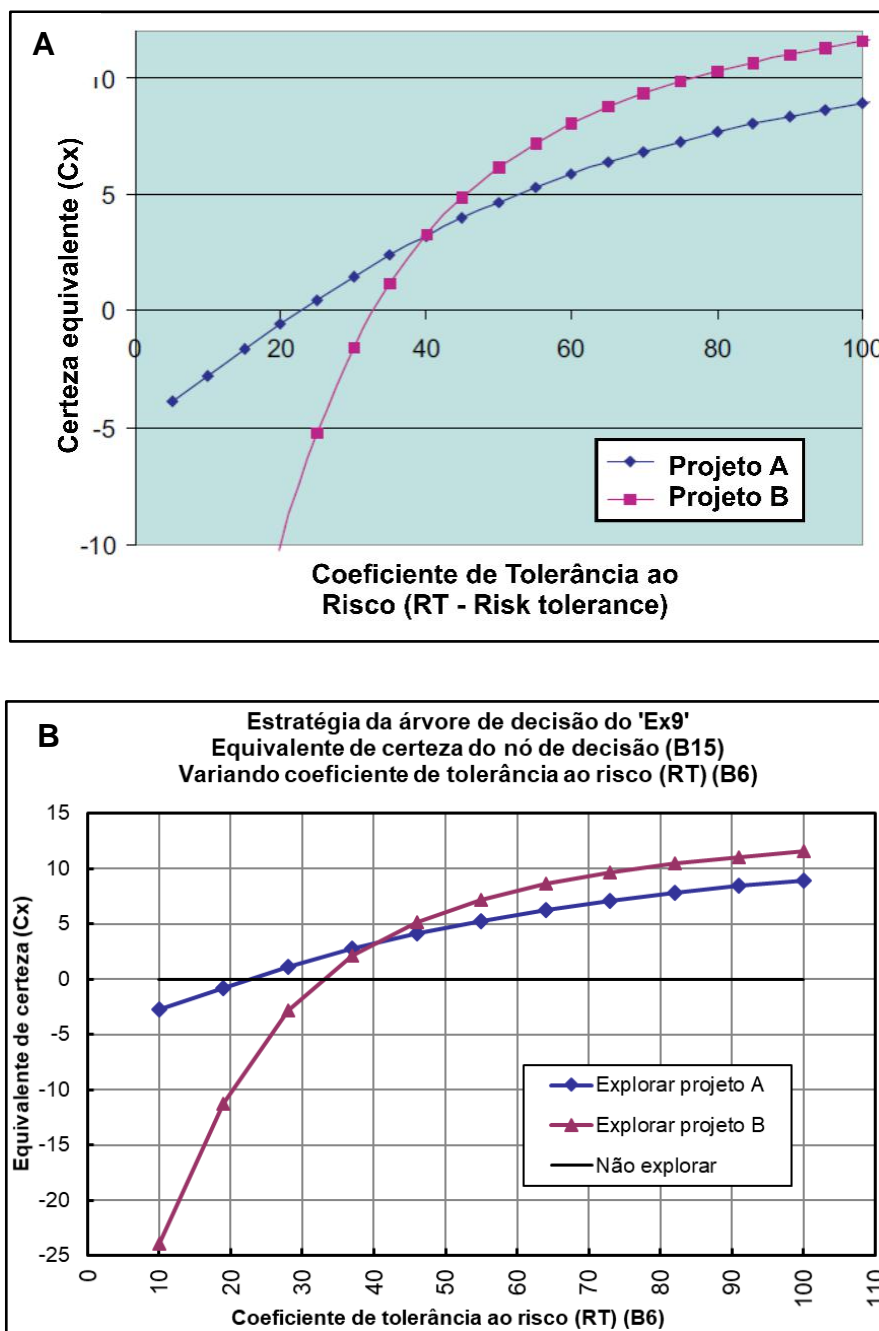


Figura 7. A sensibilidade dos equivalentes de certeza (Cx) a e coeficientes de tolerância ao risco (RT). A) Extraído de Guj e Maxwell (2006); B) Simulação

O fato de investidores com diferentes níveis de aversão ao risco valorizarem o mesmo projeto de maneira diferente cria uma significativa faixa potencial de preços aceitáveis de negociação. Esses variam entre um piso estabelecido pela empresa mais aversa a riscos e um limite que reflete as preferências do menos avesso ao risco. Por esta razão, os contratos são frequentemente considerados como ganho-ganho.

Além do risco, o tamanho do projeto é outra importante consideração estratégica na determinação do preço que as principais empresas, achando difícil manter uma taxa de crescimento aceitável para seus acionistas, estão preparadas para pagar por um projeto.

Como resultado dessas considerações e uma série de outros objetivos estratégicos, projetos de diferentes tamanhos e com diferentes níveis de risco subjacente (independentemente do seu valor positivo potencial) tendem a chegar nas mãos de empresas de tamanho adequado para lidar com eles. Schodde (2005) os chama "proprietários de projetos naturais".

Essa dicotomia, é claro, é de certa forma inconsistente com a noção de um valor justo de mercado único, adotado pelo Código VALMIN (2005), uma vez que a equidade do preço se refere a perfis de risco individuais.

Portanto, a regra do valor de preferência esperado é para qualquer valor de RT, de forma a selecionar o investimento com **o maior equivalente de certeza Cx**.

Uma aproximação empírica do coeficiente de tolerância ao risco (RT) é o dobro da aposta máxima que um indivíduo ou uma corporação estaria preparada, no início do jogo da moeda, gerando benefícios duas vezes maiores que os custos correspondentes, com probabilidade de 50% a 50%, isto é, com um retorno esperado de 50%. Essa aposta máxima pode geralmente ser estabelecida através de um processo estruturado de entrevista, técnicas Delphi relacionadas, e verificação cruzada para consistência com investimentos reais anteriores, tudo longe de ser inequívoco¹.

3.3 TRANSMISSÃO DE RISCOS ATRAVÉS DE JOINT VENTURES

Diferentes empresas podem querer embarcar em *joint ventures* por uma variedade de razões. Além da dispersão orçamentária e de riscos, incluem minimização de impostos e commodities estratégicas, e/ou diversificação tecnológica.

¹i.e., não pode ser científica e exatamente comprovado.

Uma boa aplicação de equivalentes de certeza, no contexto de dispersão de risco, está na determinação da participação acionária apropriada para empresas com níveis individuais específicos de tolerância de risco.

Isso pode ser ilustrado por um exemplo em que a uma empresa com um RT de \$72,73 milhões² é oferecido um projeto de exploração com 50% de probabilidade de descobrir uma jazida que vale \$ 100 milhões líquidos dos custos de exploração e 50% de probabilidade de perda de \$ 50³ milhões em exploração (Figura 8).

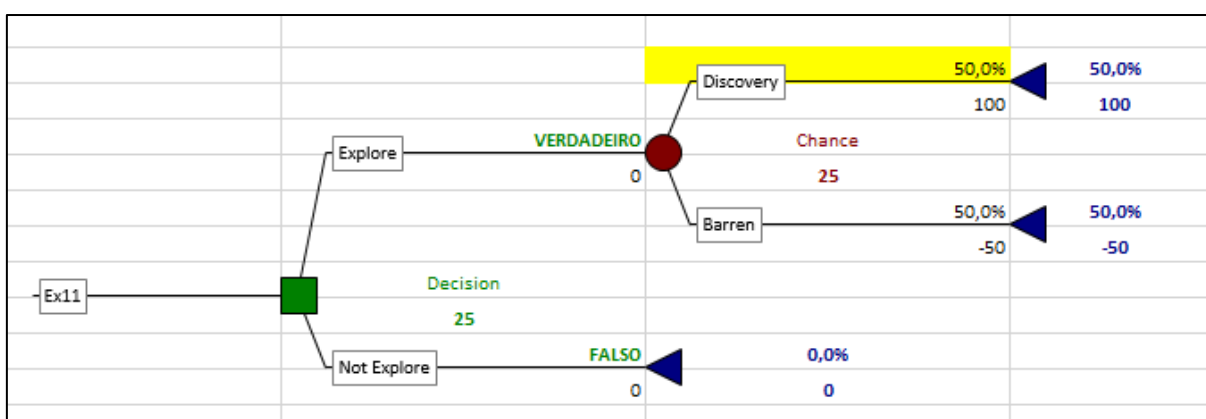


Figura 8. Tomada de decisão baseada no EMV de \$25M. Parâmetros: probabilidade de descoberta de 50%; valor da descoberta: \$100M; investimento na exploração: \$50M.

Embora o valor monetário esperado (EMV) deste projeto seja \$ 25 milhões, o equivalente de certeza correspondente (Cx) é -\$ 8,29 milhões (Figura 9). Como consequência, a aquisição de 100% do projeto está fora de questão.

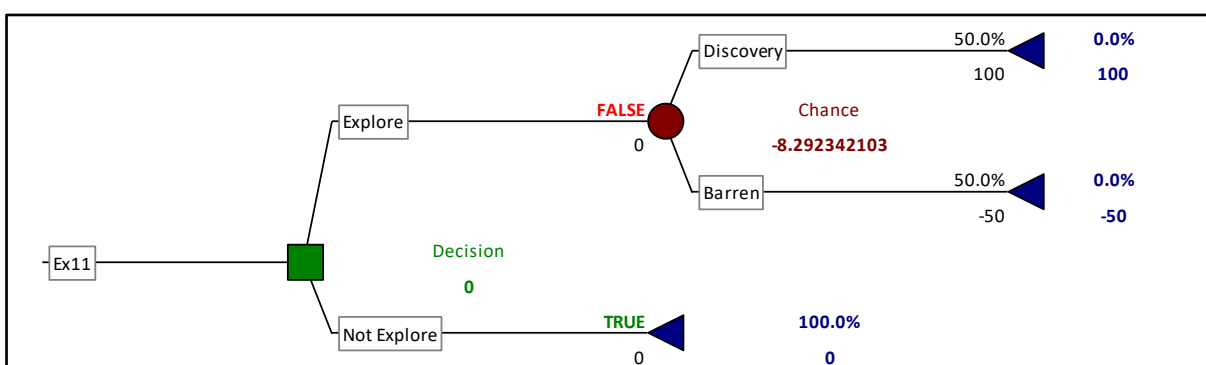


Figura 9. Reproduzindo o exercício do livro corrigindo erros matemáticos. Parâmetros: probabilidade de descoberta de 50%; valor da descoberta: \$100M; investimento na exploração: \$50M ; RT: 72.72 .

² Originalmente no livro são \$100M, corrigidos para \$72,73M

³ Originalmente no livro são \$40M, corrigidos para \$50M

No entanto, na Figura 10, que mostra como a Cx varia em função da aquisição de percentual progressivamente menor de equidade no projeto, pode-se observar que o Cx se tornapositivo quando a participação acionária cair abaixo de 70%.

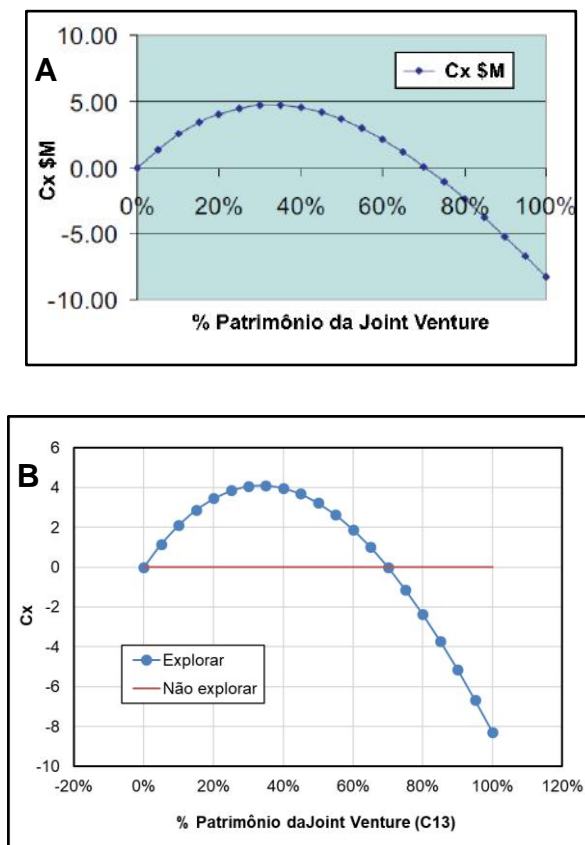


Figura 10. Equivalência de certeza em função da porcentagem de patrimônio da *joint venture*. Em A) Cx máximo chega a \$ 5M, Em B) devido às considerações (para corrigir erros do livro) que foram feitas, quanto a investimento exploratório (mudança do RT etc.), Cx máximo ficou valendo apenas \$4M, mas o formato da curva se manteve e o % do patrimônio máximo ficou em 35% aproximadamente.

Seu valor máximo é de cerca de \$4 milhões para níveis de patrimônio de aproximadamente 35%. Com essas informações, a empresa está agora em uma posição melhor para determinar se e em que nível de patrimônio eles devem entrar em sociedade nesse projeto.

Muitas empresas têm políticas razoavelmente rigorosas quanto ao patrimônio mínimo que estão preparadas para adquirir em projetos. Empresas grandes geralmente preferem mais de 50% em gestão da *joint venture* e status de residente.

No exemplo atual, embora positivo, o valor da aquisição da maioria do patrimônio líquido é aquém em comparação ao patrimônio de 35%.

Se alguém realizasse 50% de um projeto arriscado considerando um compromisso do participante da exploração em contribuir com 50% das despesas futuras, isso permitiria a exploração de dois projetos similares por unidade de dinheiro investida, em vez de apenas um. Não implica, contudo, que tal estratégia dobre a chance cumulativa da empresa de descoberta e, portanto, sua sobrevivência.

Isso ocorre porque a probabilidade acumulada de descoberta (P_n) adere a uma distribuição binomial, que não é uma função linear do número de tentativas (n) ou da probabilidade de sucesso em uma tentativa única (P_s). A natureza não linear da mudança na taxa entre a probabilidade acumulada de descoberta de 100% de exploração de capital e um número duplo de tentativas de exploração, sob uma *Joint venture* de 50%, em função da mudança de P_s , é enfatizada se analisado em um gráfico log-normal, como na Figura 11 (modificado após Burn, 1984, p. 60).

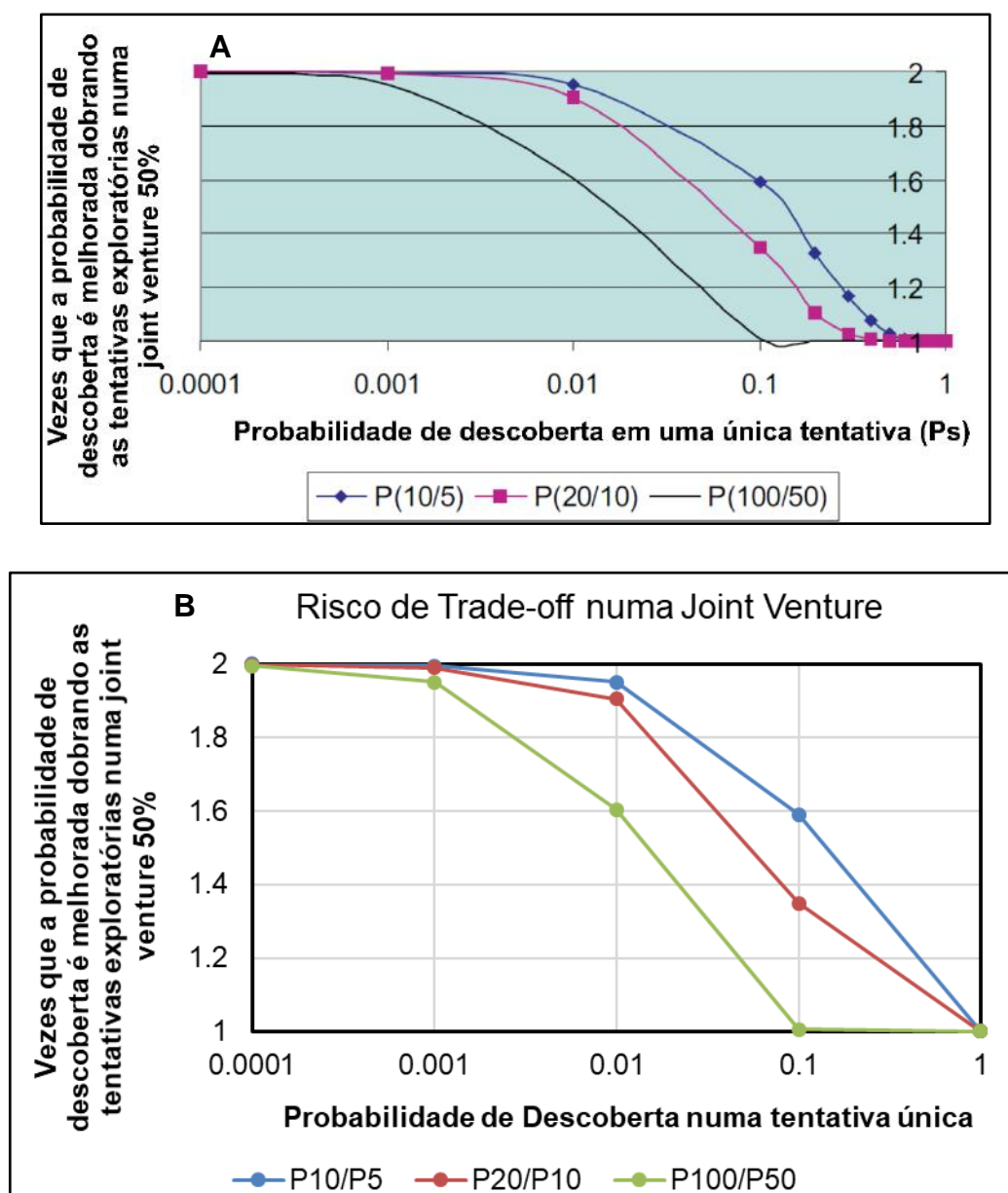


Figura 11. Compromisso de risco de *joint venture*. A) Extraído de Guj e Maxwell (2006); B).

A Figura 11 mostra três empresas, com orçamentos de exploração de \$ 1 milhão, \$ 2 milhões e \$ 10 milhões, respectivamente. Assumindo que o custo médio de um teste de exploração é de \$ 0.2 milhão, as empresas poderiam realizar cinco, dez ou 50 explorações de projetos, respectivamente, com base em 100% do patrimônio líquido ou 10, 20 ou 100 projetos em uma base de *joint venture* de 50%. Podem ser observados como as razões relevantes, por exemplo $P(10/5)$, $P(20/10)$ e $P(100/50)$, estarem perto de dois apenas em níveis relativamente baixos de P_s . Conforme P_s aumenta, o número de vezes pelas quais as *joint ventures* aumentam sua probabilidade cumulativa de descoberta cai rapidamente.

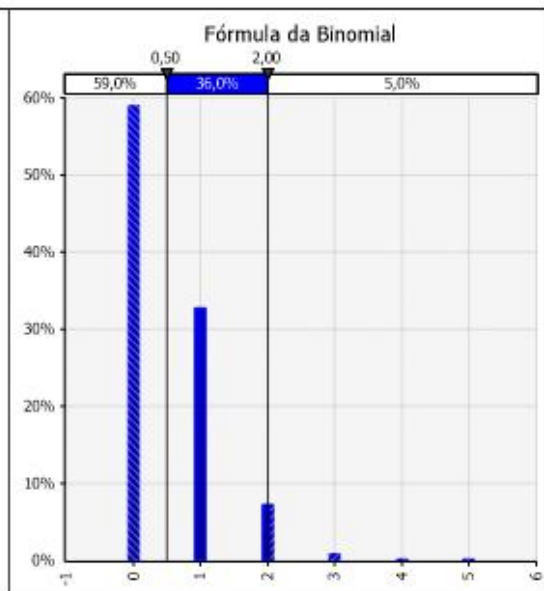
Por exemplo, com uma probabilidade de sucesso (P_s) de 10%, a probabilidade acumulada de pelo menos uma descoberta em dez tentativas é 0,6513. Isso é apenas 1,59 vezes mais alto que em cinco tentativas, ou seja, 0,4099.

Para um P_s de 10%, o valor mínimo esperado por dólar investido para uma meta de \$ 50 milhões serão:

- um EMV (de 100% de exploração) = $0,4099 * \$ 50 \text{ milhões} + 0,5901 * (-\$1 \text{ milhão}) = \$ 19,90 \text{ milhões}$; versus
- um EMV (de exploração conjunta de 50%) = $0,6513 * \$ 25 \text{ milhões} + 0,3487 * (-\$ 1 \text{ milhão}) = \$ 15,93 \text{ M}$.

Exemplo: número de vezes pelas quais as *joint ventures* aumentam sua probabilidade (Binomial) cumulativa de descoberta : $0,6513 / 0,4099 = 1,59$ vezes

$P_s=10\%$; $n=5$; Probabilidade de ter no mínimo 1 sucesso=41%



$P_s=10\%$; $n=10$; Probabilidade de ter no mínimo 1 sucesso=65,1%

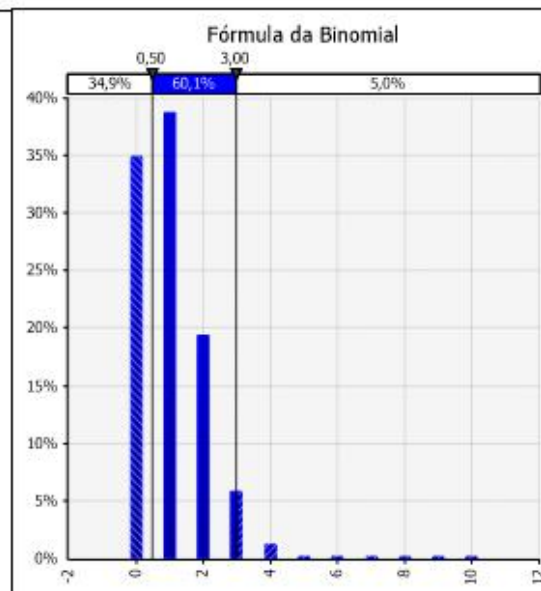


Figura 12. Número de vezes pelas quais as *joint ventures* aumentam sua probabilidade (Binomial) cumulativa de descoberta : $0,6513 / 0,4099 = 1,59$ vezes

Esses são os EMVs mínimos, porque 40,99% e 65,13% são as probabilidades de pelo menos uma (não necessariamente SÓ uma) descoberta em cinco e dez tentativas, respectivamente. Para um número mais correto, seria necessário ponderar

a probabilidade de exatamente uma descoberta, exatamente duas descobertas e assim por diante, até cinco ou dez tentativas, respectivamente (Figura 12).

Assim, sob essas premissas, para reduzir a chance de perda do jogador de 59,01% para 34,87% (probabilidades complementares às que aparecem acima):

$$(1 - 0,4099) = 59,01\% ; e (1 - 0,6513 = 34,87\%),$$

deve-se renunciar a um mínimo de \$ 3,97 milhões (ou seja, \$ 19,90 M - 15,93 M) do valor esperado. Como todas as formas de seguro ou cobertura, existe um custo para disseminar o risco por meio de *joint ventures* (neste caso, \$3,97 milhões).

É óbvio que, se as contribuições para os custos de uma *joint venture* corresponderem ao patrimônio de um participante, a perda mínima de retorno esperado ocorre no lado mais arriscado do espectro; ou seja, quem está tirando maior vantagem com a redução do risco na *joint venture*. Assim, nessas condições, há uma justificativa para explorar projetos arriscados e para explorar tanto patrimônio quanto for possível naqueles com maior probabilidade de sucesso, e explorar projetos de baixo risco justifica um prêmio adequado.

Projetos de tamanho potencial e com menor risco de falha também tendem a absorver a maior parte do capital de investimento em exploração disponível no mercado a qualquer momento. Essas empresas, que são menos sujeitas a "acionamento de capital" ou que tenham acesso imediato ao patrimônio, são mais propensas a arcar com essas despesas.

3.4 ÁRVORES DE DECISÃO BAYESIANAS E ANÁLISE PROGRESSIVA DE RISCOS E VALORES

Em projetos de exploração e mineração, eventos sucessivos de probabilidade e decisões são geralmente dependentes uma da outra ou bayesianas por natureza. Sistemas bayesianos ou dependentes, ao contrário de sistemas independentes, muitas vezes podem levar a resultados contraintuitivos.

Hayward (2003) considera o caso de uma nova técnica geofísica aérea que percorre e mostra um mapa de graticulas adjacente de maneira sistemática e gera

anomalias "verdadeiras" com 95% de confiança das graticulas do mapa contendo um depósito de mineral verdadeiro, bem como anomalias 'falso positivas' com mais de 5% das graticulas estéreis no mapa que ele percorre. Assim, a probabilidade de obter uma anomalia verdadeira, dado que um depósito está presente (ou seja, $P(A/D)$) é 0,95 e o de uma falsa anomalia, dado que não há depósito presente, ou seja, em terrenos áridos ($P(A/\text{sem } D)$) é de apenas 0,05.

Como a perfuração sistemática padronizada na região leva a uma média de descoberta de uma jazida para cada mil pequenos blocos de graticulas perfurados (1/1000), a probabilidade de descoberta sem o uso da nova técnica geofísica é $P(D) = 0,001$.

A questão é quão maior é a probabilidade de descoberta se a pesquisa geofísica é aplicada nas áreas de pesquisa para gerar alvos perfuratórios, ou seja, qual a probabilidade de descoberta dada uma anomalia gerada pela pesquisa geofísica $P(D/A)$? A maioria dos geólogos intuitivamente tendem a palpar que a probabilidade dada uma anomalia geofísica $P(D/A)$ melhora drasticamente comparada a probabilidade apenas com perfuração generalizada $P(D)$. *Com muitas suposições de probabilidade maiores que 50%*. Na realidade a probabilidade de descoberta depois da pesquisa geofísica gera uma anomalia $P(D/A)$ que cresce de 0.1% (1/1000) para 1.86%, nem perto do que a maioria das pessoas intuitivamente estimariam. Isso acontece porque $P(D/A)$ é bayesiano, i.e.:

$$P\left(\frac{D}{A}\right) = P(D) * \left[\frac{P\left(\frac{A}{D}\right)}{P(A)} \right]$$

Esse nível relativamente baixo de melhoria pode ser demonstrado usando o caso de uma pesquisa geofísica cobrindo 10.000 células da malha de amostragem da seguinte forma:

Porque:

$$P(A) = P(A/D) + P(A/\text{sem } D)$$

$$= (9,5 + 499,5) / 10\,000$$

$$= 0,051; \text{ então:}$$

$$P(D/A) = 0,001 * [0,95 / 0,051]$$

$$= 1,86\%$$

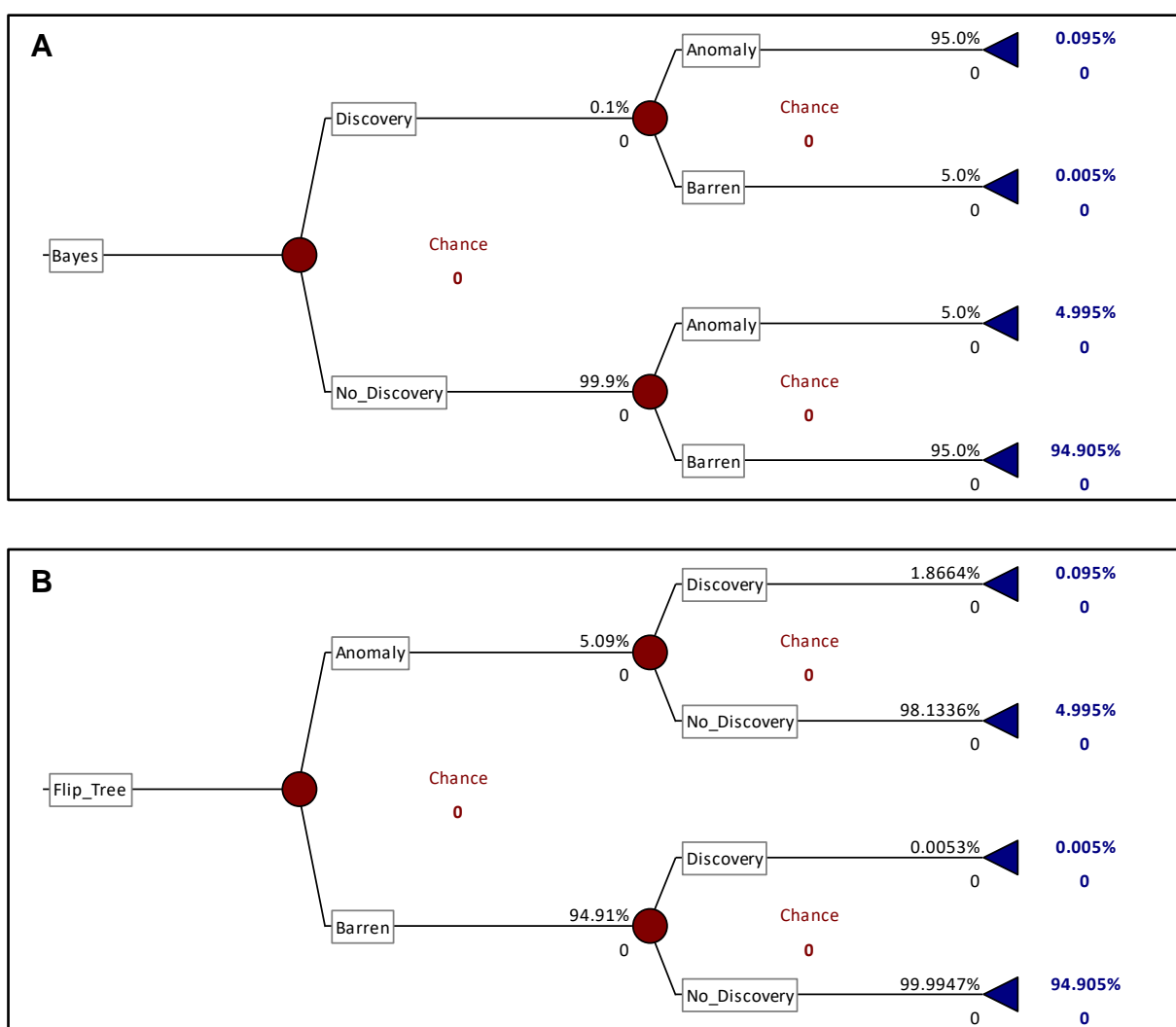


Figura 13 A) Árvore antes da inversão Bayesiana; B) Árvore depois da inversão Bayesiana.

O impulso de correr para perfurar as anomalias mais intensas não seria a melhor estratégia. Pode ser melhor executar o levantamento geofísico com um limiar

de detecção mais grosseiro para reduzir o número de falsas anomalias, abdicando de áreas anômalas verdadeiras. Hayward (2003) conclui que o melhor parâmetro de segmentação não é o que captura mais depósitos. Deve-se também conceber alguns meios alternativos de reduzir rapidamente o número de falsas anomalias através de diferentes técnicas de exploração não relacionadas e critérios de seleção.

As árvores de decisão são ferramentas úteis para estruturar, exibir e analisar risco de projetos e retorno em ordem sequencial cronológica. Uma árvore de decisão consiste em uma sequência de:

- **nós de decisão** (quadrados VERDES) ou possíveis ações alternativas em vários momentos que estão sob o controle e no critério da administração; e
- **nós de probabilidade ou evento** (círculos MARRONS) sujeitos ao acaso (estado de natureza) e sobre o qual a administração não tem influência.

Ao contrário do DCF / NPV, que implica uma única decisão estática do tipo investir / rejeitar do ponto da avaliação, as árvores de decisão são dinâmicas, considerando todas as principais decisões futuras possíveis abertas à gerência após cada evento de chance relevante.

Assim, um modelo de árvore de decisão valoriza o efeito de combinações de eventos probabilísticos.

Vamos supor que custe \$ 250.000 uma pesquisa geofísica que tenha 50% de probabilidade de encontrar um alvo exploratório. Vamos considerar também que um programa de perfuração de delineamento adequado e estudo de viabilidade no valor de \$ 5,5 milhões, por sua vez, tenha uma probabilidade de 5% de levar à descoberta de um grande depósito de minério no valor de \$ 400 milhões e uma probabilidade de 25% de uma pequena jazida que valha \$ 40 milhões. Os proprietários do projeto também devem considerar se devem atrair um participante *joint venture* para ganhar 50% do patrimônio financiado total do programa de perfuração (Figura 14).

Ao elaborar e reverter o valor monetário esperado dos resultados individuais em cada estágio da árvore de decisão (Figura 14) os proprietários podem determinar se, em seu atual cenário de risco neutro, a decisão ideal é realizar internamente o

programa de pesquisa e perfuração geofísica, mantendo assim 100% do patrimônio no projeto.

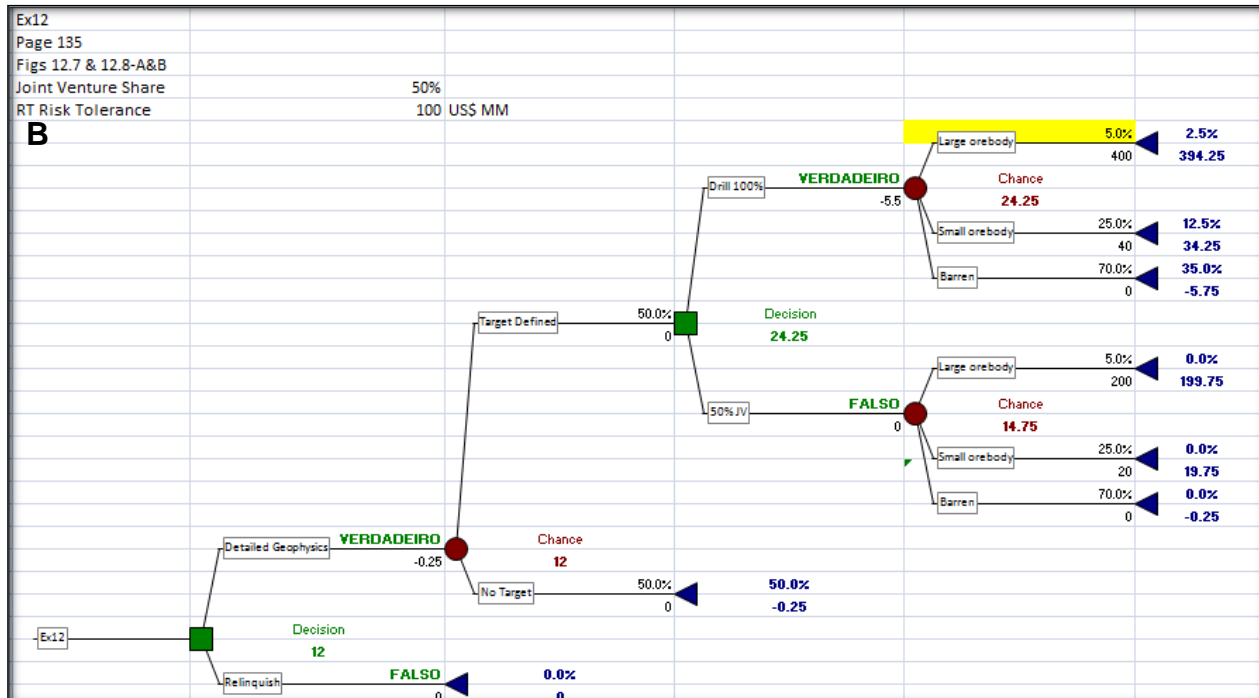
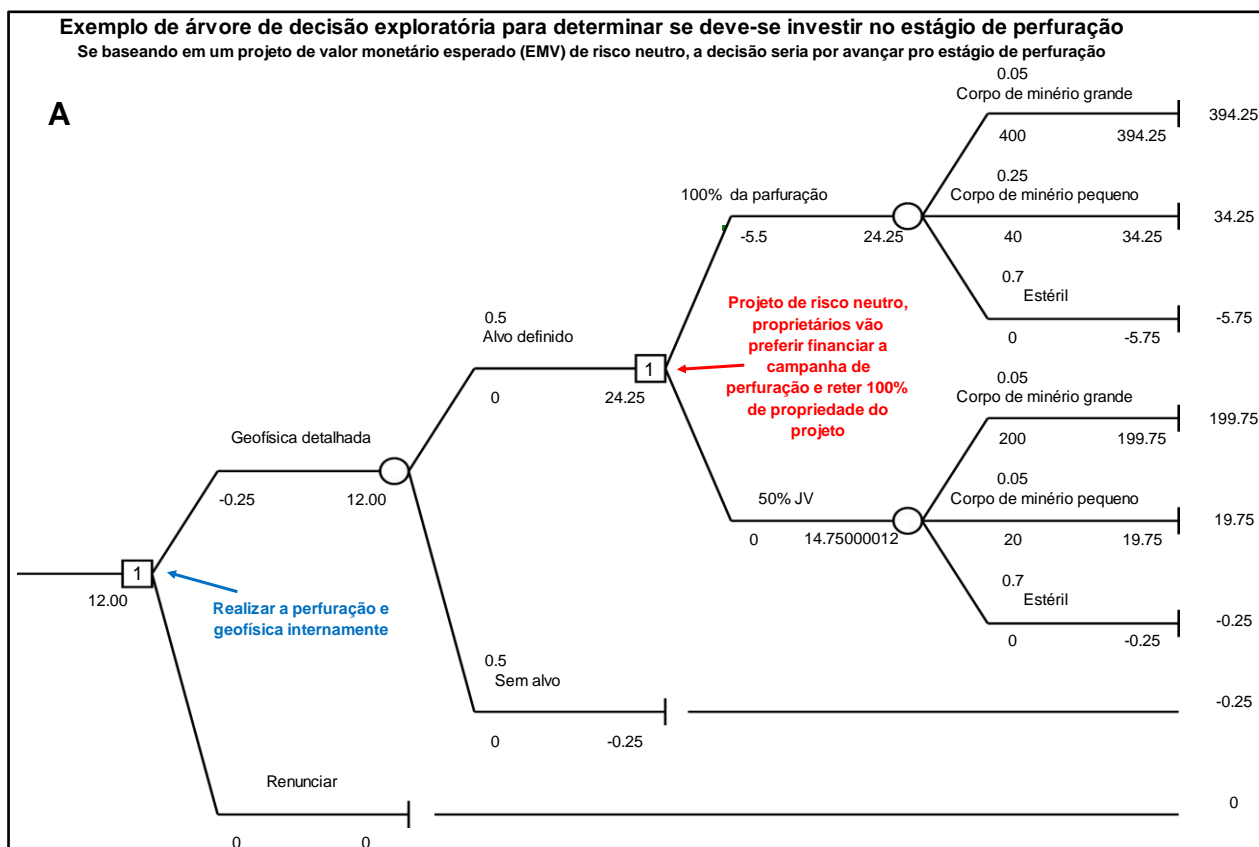


Figura 14. Exemplo de árvore de decisão de exploração para determinar se deve-se ceder parte do negócio numa *joint venture* no estágio de perfuração. Valores em \$M. A) Extraído de Guj e Maxwell (2006); B) Reprodução do exercício.

A decisão, no entanto, acabaria com a realização do estágio de reconhecimento internamente e, em seguida, considerar a saída parcial do financiamento da exploração se a chance de sucesso fosse interpretada como menor e/ou o custo estimado de perfuração maior.

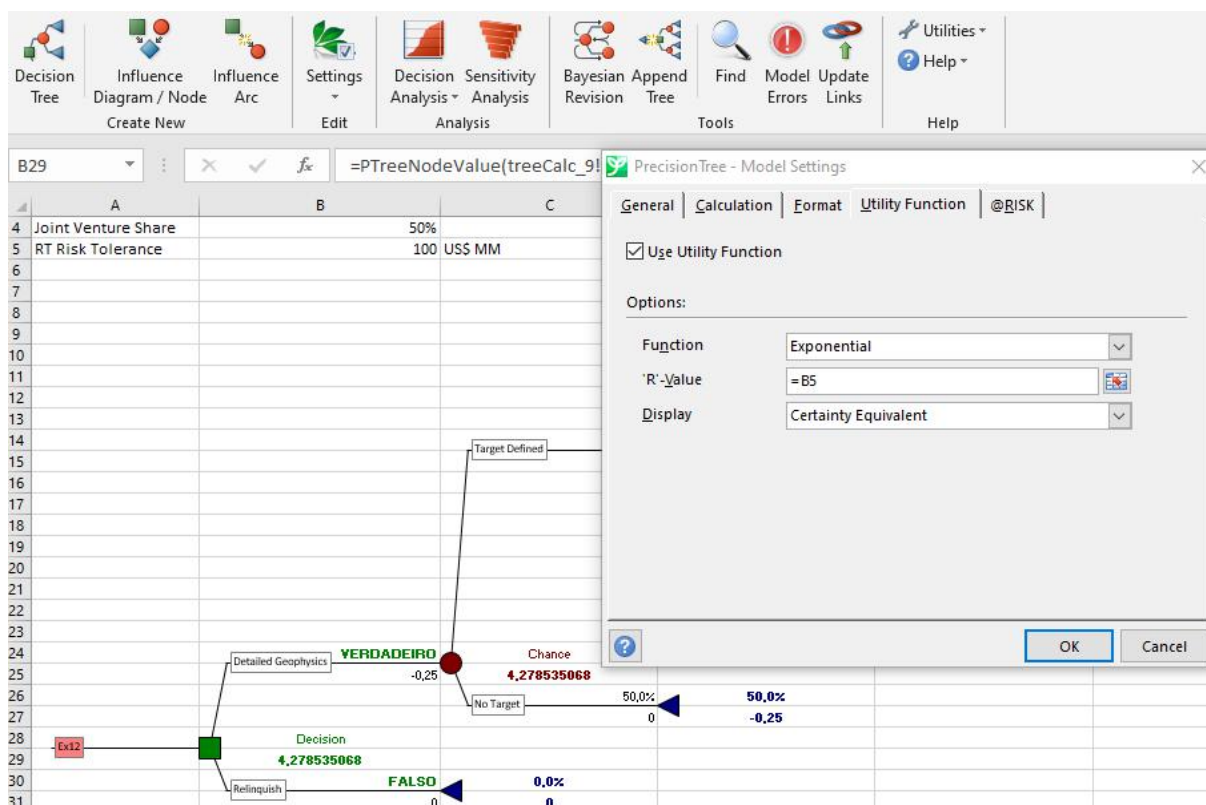


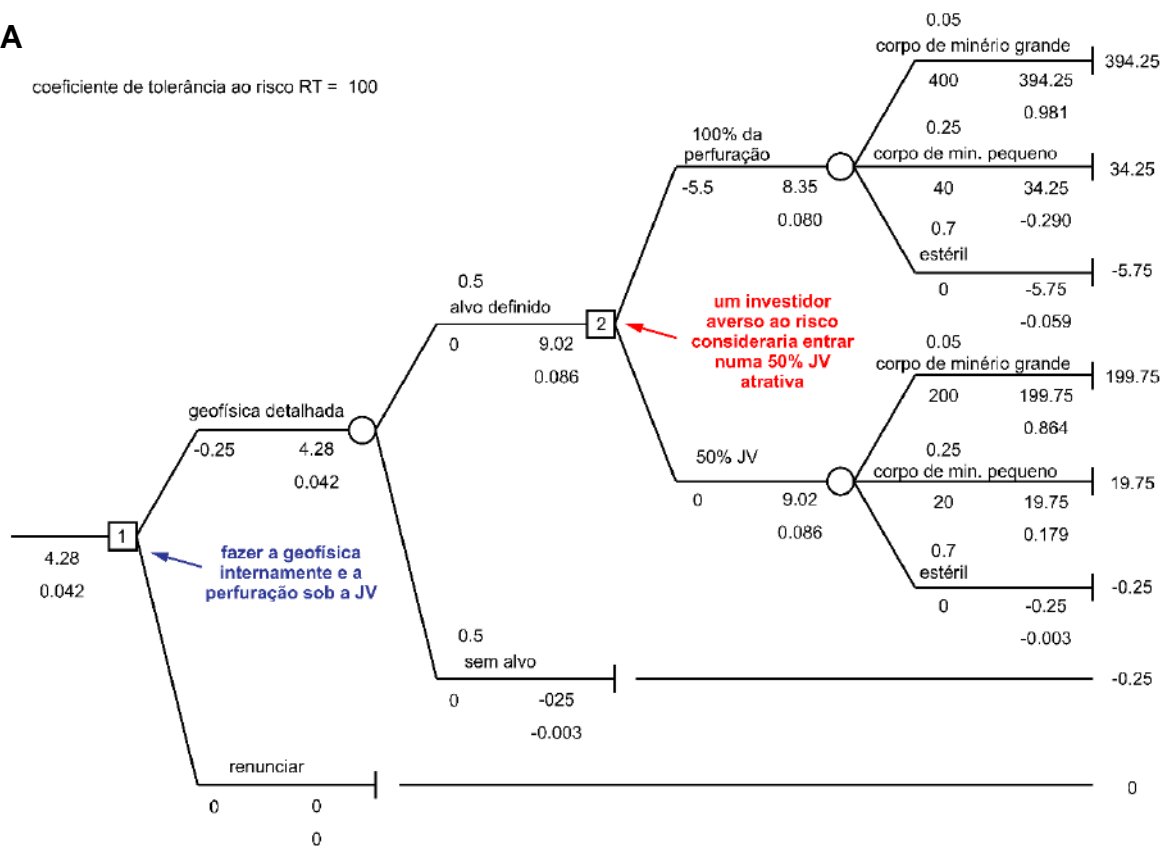
Figura 15. Função utilidade exponencial e sua respectiva tolerância ao risco (RT)

Se a empresa, no entanto, tivesse um orçamento de exploração limitado e estivesse avessa ao risco (por exemplo, um coeficiente de tolerância ao risco RT de 100 milhões), valores equivalentes de certeza (Cx) poderiam ser substituídos, como mostrado na Figura 16. Observe que, em relação ao risco, os proprietários prefeririam deduzir 50% do patrimônio do projeto, que agora vale um Cx de \$ 9,02 milhões, em troca dos fundos necessários para a perfuração, logo que a opção de financiar 100% das despesas de perfuração valem agora um Cx mais baixo, de \$ 8,35 milhões.

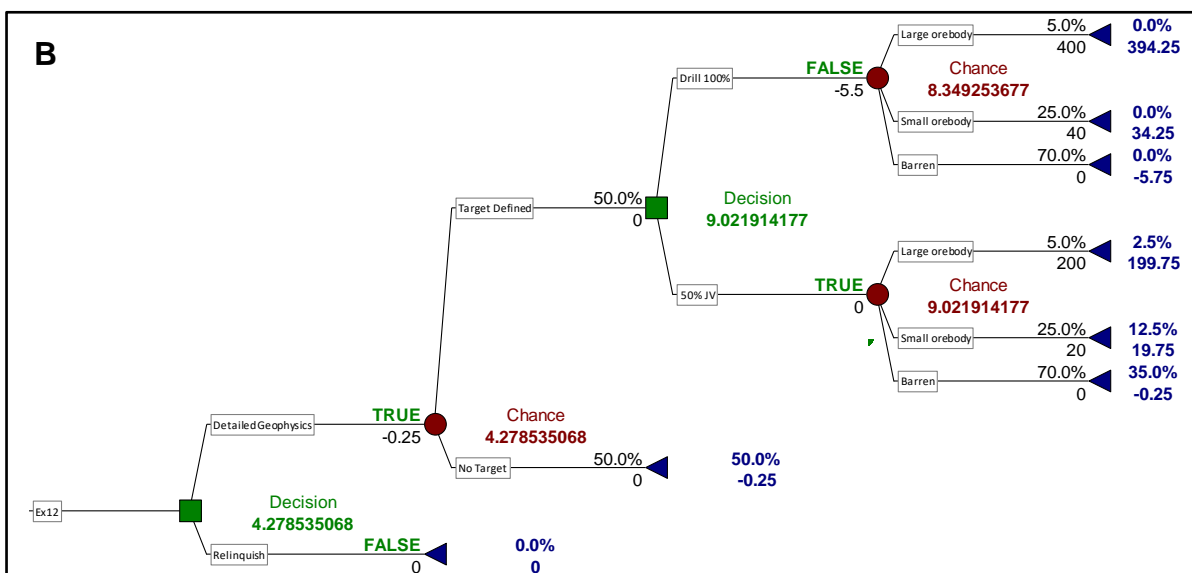
EXEMPLO DE ÁRVORE DE DECISÃO EXPLORATÓRIA PARA DETERMINAR SE FINANCIAR A CAMPANHA DE PERFURAÇÃO
A decisão baseada no valor do equivalente de certeza (Cx) seria financiar todo o projeto

A

coeficiente de tolerância ao risco $RT = 100$



B



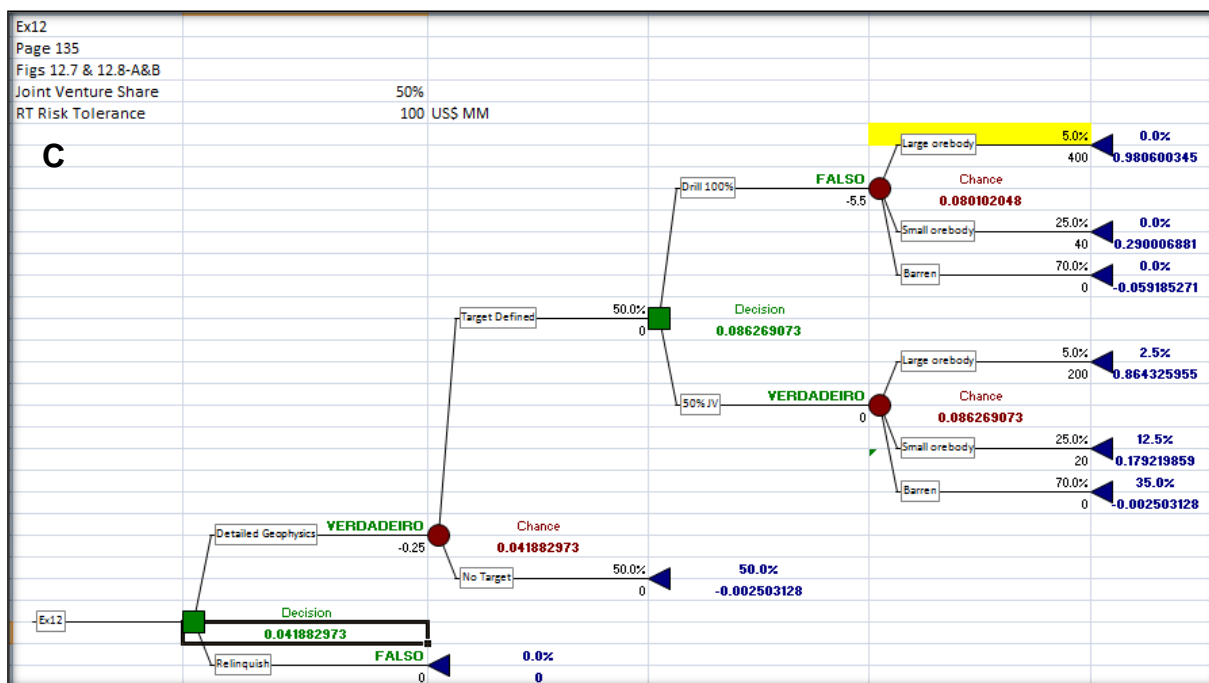
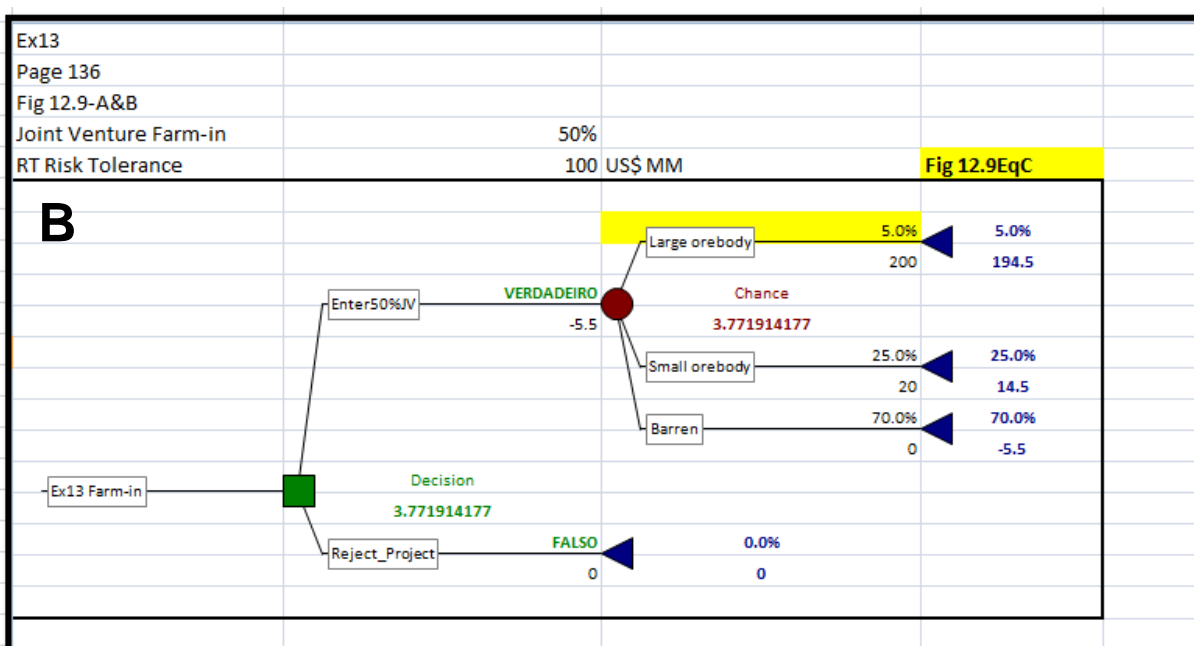
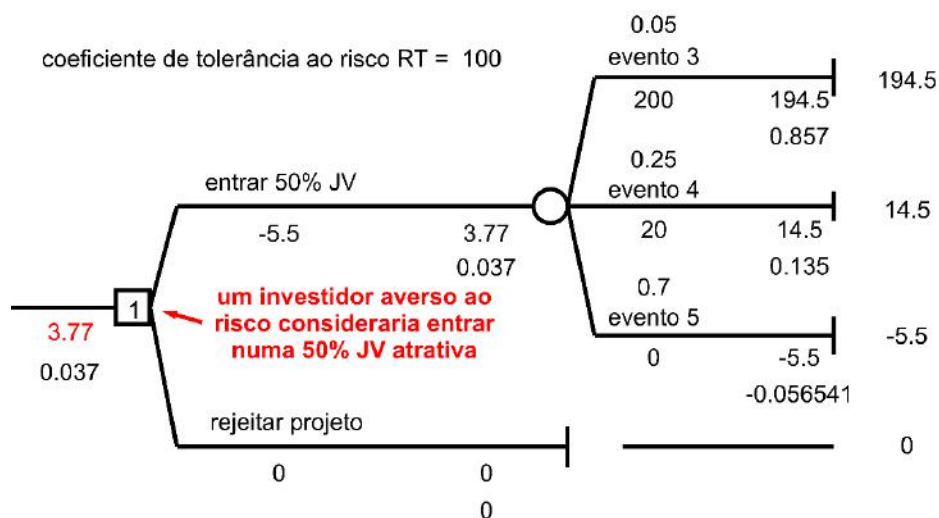


Figura 16. Equivalentes de certeza correspondentes à árvore de valores esperados da Figura 14. A) Extraído de Guj e Maxwell (2006); B) Reprodução do exercício utilizando Cx; C) Reprodução do exercício utilizando função de utilidade.

Agora considere do ponto de vista de uma parte potencialmente interessada em entrar com participação no projeto (Figura 17). O reconhecimento inicial da empresa terá determinado algum risco. Não apenas o valor esperado de \$ 14,75 milhões é desejável (veja a Figura 14), mas também seu equivalente de certeza correspondente (Cx) de \$ 3,77 milhões também é atraente (consulte Figura 17).

Na construção de uma árvore de decisão, faz sentido estimar a duração de várias atividades e colocá-las em ordem cronológica nos intervalos corretos de tempo. Também é importante especificar o termo do dólar, isto é, nominal ou real, em que estão as várias entradas e saídas expressas.

A EQUIVALENTE DE CERTEZA AO ENTRAR PARCIALMENTE NO PROJETO



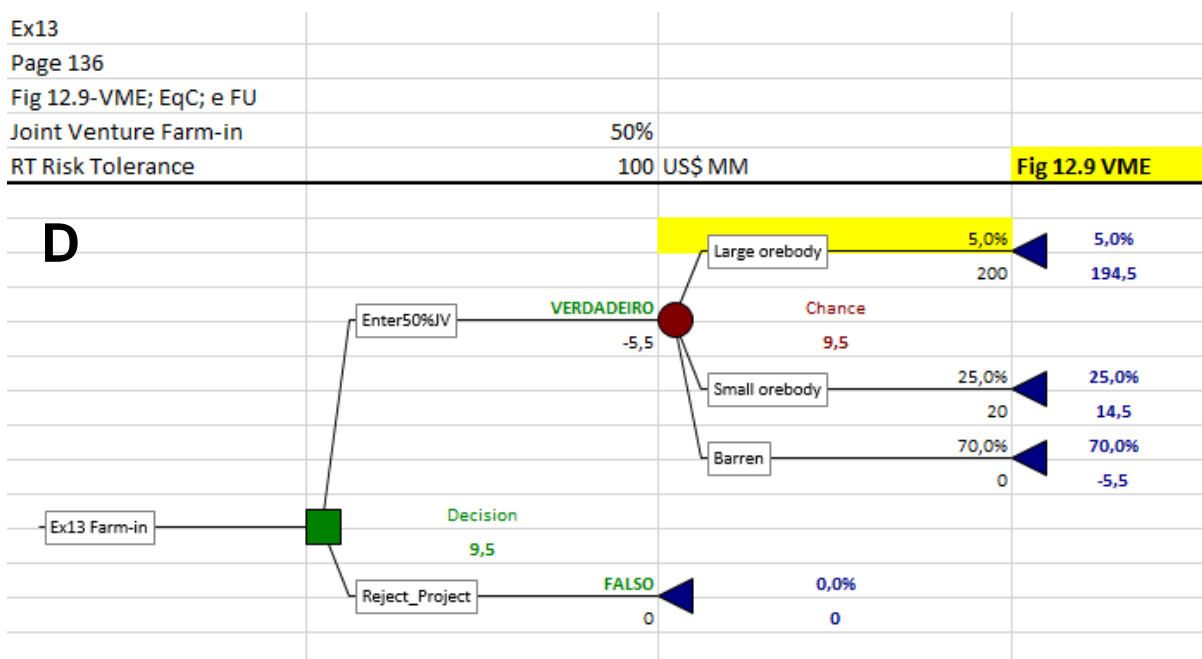
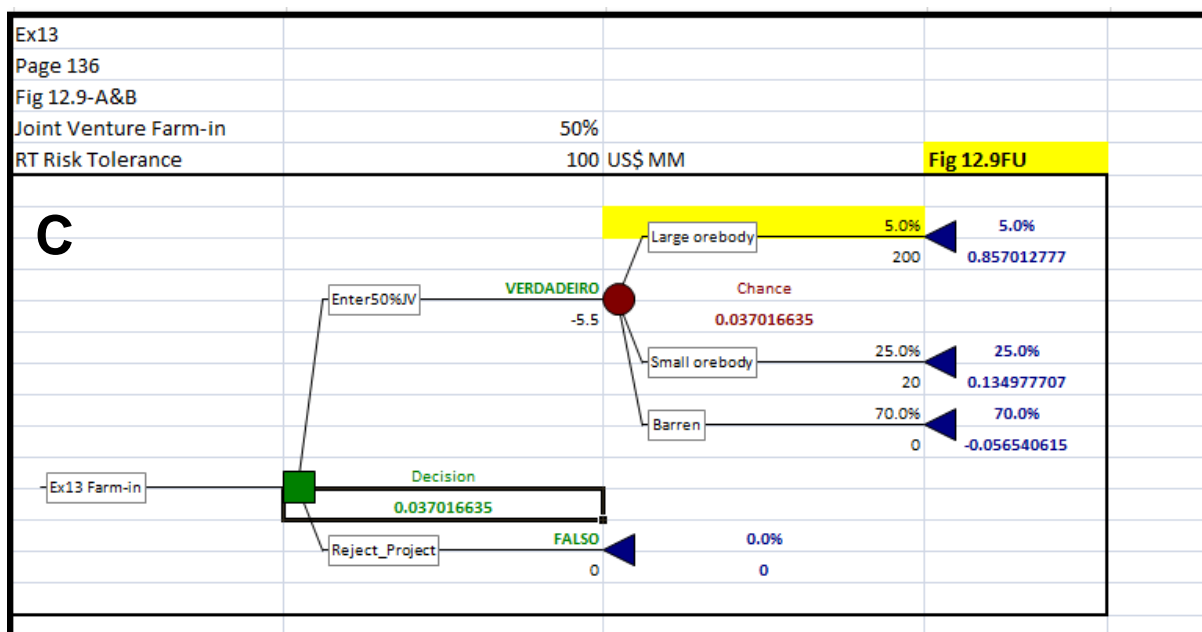


Figura 17. Olhando pelo ponto de vista do equivalente de certeza ao financiar um projeto numa *joint venture*. A) modificado de Guj e maxwell (2006); B) reprodução através de equivalentes de certeza; C) através da função utilidade; D) através do EMV.

A próxima etapa lógica do uso de uma árvore de decisão como ferramenta de avaliação de projeto seria aplicar uma taxa de desconto apropriada e obter o valor presente esperado do projeto. Este processo, no entanto, é complexo, principalmente por duas razões:

- primeiro, como várias ações determinam a incerteza do projeto, teoricamente a taxa de desconto ajustada por risco e tempo deve diminuir, conforme a progressão é feita da esquerda para a direita, em sintonia com o risco decrescente; e

- segundo, ramos diversos de uma árvore de decisão são caracterizados por diferentes níveis de risco e devem, em teoria, ser descontados em taxas diferentes.

Deve-se ter em mente que os valores equivalentes de certeza em uma árvore de decisão, por definição, já foram 'descontados' pelo fator de risco inerente à função de utilidade da empresa. Como consequência, os fluxos de caixa "ajustados ao risco" relevantes precisam apenas ser descontados do valor presente para contabilizar o "valor temporal do dinheiro", mas não por risco. Nessa perspectiva, a taxa de desconto apropriada é a taxa de juros livre de risco.

Construir uma árvore de decisão não é difícil. O desafio baseia-se em estimar as distribuições de probabilidade de vários eventos.

As estimativas de probabilidades são geralmente subjetivas, ou seja, baseadas em experiência e conselhos informados.

Uma maneira alternativa de estimar a ordem de magnitude de probabilidades relevantes é usar distribuições de frequência derivadas de ensaios experimentais estatisticamente significativos ou mais frequentemente, a partir de análises estatísticas de séries temporais históricas.

Tabela 2. Histórico de exploração em Placer Dome no distrito de Laverton (modificado após Lord, Etheridge e Uttley, 2003)

Fase exploratória	Nº de prospectos	Despesas (A\$M) 1987-99	Média de custo/prospecto (A\$M)	Probabilidade de avançar para a próxima fase
Geração de prospecto	290	2.7	0.01	-
Definição de prospecto	156	11.4	0.07	53.79%
Teste de perfuração sistemático	26	6	0.23	16.67%
Delineação de recurso	15	6.9	0.46	57.69%
Viabilidade	13	27.6	2.1	86.67%
Mina	12	-	-	92.31%

Lord et al (2003) aplicaram esta última abordagem na exploração de ouro relativamente bem estabelecida no distrito *Placer Dome*, na área de *Laverton*, no *Eastern Goldfield of Western Australia*. O material da Tabela 2 mostra como, gastando

\$ 54,6 milhões em 13 anos, a Placer Dome gerou 290 projetos. Eles conduziram à perfuração sistemática de 26 deles, descobriram mais de 10 milhões de onças de ouro e foram estabelecidas 12 minas.

Assim, no distrito de *Laverton*, a chance média de descobrir 833 .3 mil onças de ouro teria sido da ordem de:

- $12/156 = 7,7\%$, considerando que uma perspectiva foi definida; e
- $12/26 = 46,2\%$, considerando que a exploração inicial foi encorajadora o suficiente para justificar testes sistemáticos de perfuração.

A Figura 18 mostra que, se alguém assumir que a meta de 10M de onças tinha um valor líquido de \$ 1 bilhão, ou seja, usando preços atuais e um custo total de extração e processamento de \$ 450 por onça, negligenciando os efeitos tributários, o valor monetário esperado (EMV) não descontado desta campanha de exploração seria de meros \$ 30 milhões. Esse valor poderia se tornar negativo se a equivalente certeza (Cx) e uma taxa de desconto apropriada fossem aplicados. Isso daria credibilidade à argumentação de Etheridge e Uttley (2003) de que, nos últimos tempos, a exploração não criou valor competitivo para empresas de mineração.

A árvore também corrobora sua visão (em relação às distribuições de frequência observadas que mostram que 58% das metas de perfuração levaram à delimitação de recursos e que 87% dos estudos de viabilidade justificados resultaram em 12 minas), de que o valor máximo é adicionado no momento da primeira interseção significativa de mineralização e subsequentes testes sistemáticos de perfuração de 26 alvos solidamente selecionados, cujo valor esperado é de \$ 423,7 milhões.

Com base nisso, eles também sugerem que "Fundos de investimento em perfurações" que fornecem aos principais colaboradores o direito de recomprar de 50 a 60 por cento do projeto em caso de grandes descobertas, poderia ser um veículo de investimento atraente para grandes empresas, com o objetivo de testar especificamente alvos robustos. É possível justificar isso, desde que continue a haver um suprimento razoável de tais metas por parte das empresas de pequeno e médio porte, que as grandes empresas, investidores em ações ou ambas podem adequadamente financiar. Um desaparecimento progressivo de alvos prontamente

disponíveis tem o efeito de aumentar o custo das bases exploratórias e o valor das metas de perfuração definidas.

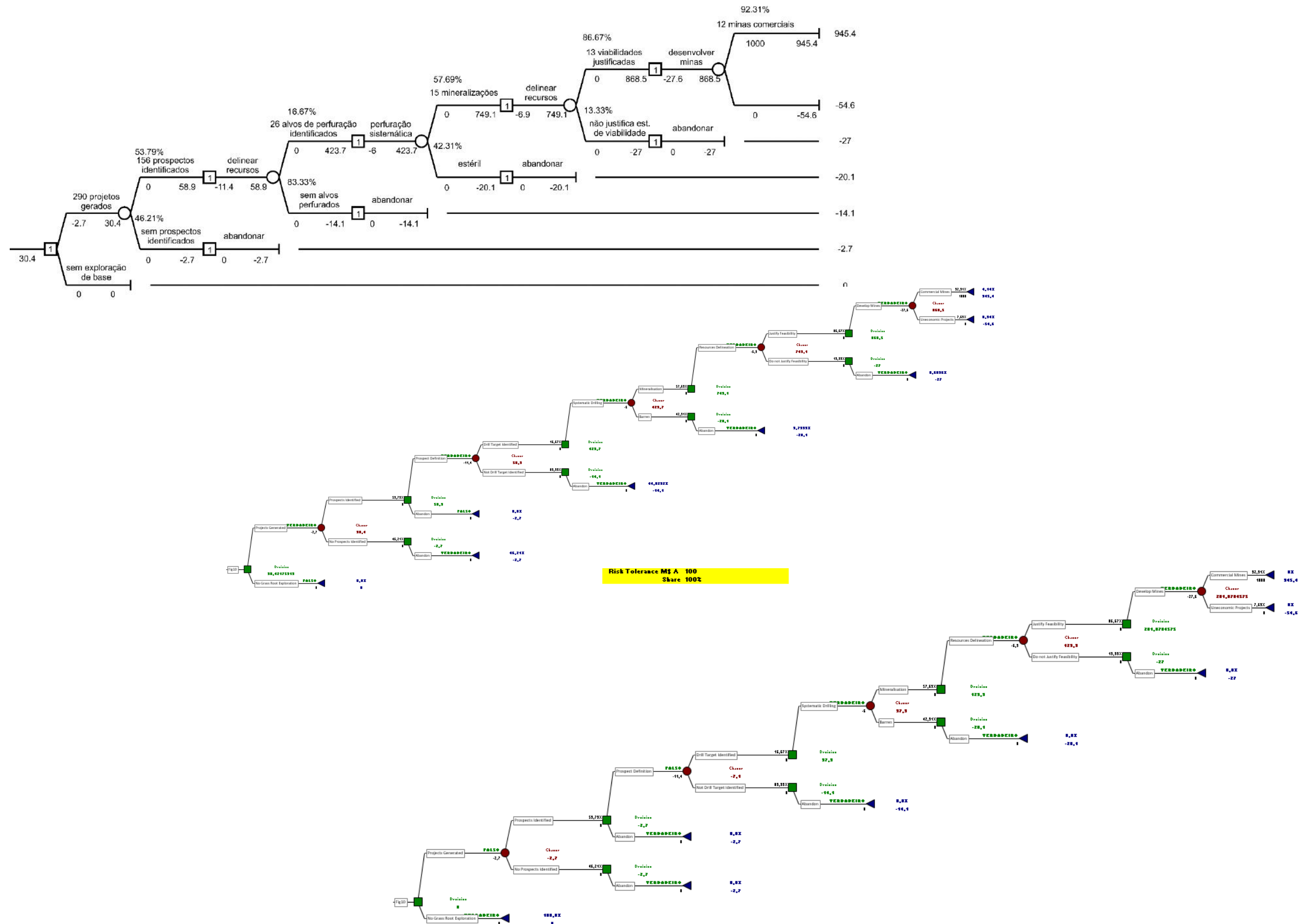


Figura 18. Analisando o histórico de exploração da Placer Dome na área de Laverton.

3.5 USO DE PREÇOS MODERNOS DE ATIVOS (MODERN ASSET PRICING, MAP) USANDO PREÇOS FUTUROS DE COMMODITY

3.5.1 Princípios de não arbitragem e replicação de portfólios

Uma premissa fundamental subjacente às avaliações de opções é que mercados financeiros são isentos de atrito e exibem altos níveis de eficiência, ou seja, informações relevantes são rapidamente disseminadas e incorporadas nos preços dos ativos. Sob estas circunstâncias, ativos com riscos característicos semelhantes e que produzem os mesmos fluxos de caixa ao mesmo tempo no futuro, devem ter o mesmo preço (Salahor, 1998).

Se esse princípio de consistência do valor não se aplicasse, então os tomadores de decisão teriam a oportunidade de obter lucro sem risco, comprando ativos subvalorizados e vendendo ativos supervalorizados. As oportunidades arbitrárias são raras e de curta duração. Isto é conhecido como princípio de não arbitragem ou preço único. Assim, fluxos de caixa podem ser vistos como mercadorias (Bradley, 1998), com tempo e risco como critérios de valor.

Além disso, de acordo com o princípio da aditividade do valor, os componentes de um modelo de fluxo de caixa (por exemplo, receita e custos) podem ser avaliados separadamente, com desconto e recombinação adequados.

Nessa perspectiva, conforme discutido abaixo, o valor presente em manter um crédito sobre um fluxo de caixa futuro, independentemente dos ativos subjacentes de onde é derivado, pode ser simulado por um portfólio de replicação de investimentos diferentes, desde que ofereçam o mesmo valor presente.

Sob condições de não arbitragem, Samis (2002) visualiza um projeto de mineração que produz uma mercadoria altamente volátil em preço, como um conjunto de reivindicações contingentes sobre fluxos de caixa futuros, fornecendo o mesmo valor como um portfólio replicável composto por:

- Uma **série de contratos a prazo**, com quantidades e datas de entrega correspondentes ao cronograma de produção mineral da mina. Afinal, o valor presente

de uma unidade de produção em várias vezes no futuro é exatamente replicado pelos correspondentes preços a prazo, que incorporam descontos por risco.

- **Emissão de uma série de títulos** com reembolsos de magnitude e maturidade correspondentes ao caixa anual estimado para as saídas relacionadas ao capital emergente e custos operacionais do projeto. Essa aproximação é amplamente garantida, porque os custos operacionais e de capital podem ser estimados com um maior grau de confiança e podem, até certo ponto, ser mantidos dentro do orçamento por uma sólida gestão técnica e financeira.

3.5.2 Preços futuros de commodities como equivalentes de certeza

As vendas a prazo de commodities são uma forma de “equivalentes de certeza”, porque a natureza vinculativa dos contratos a prazo significa que um vendedor deve entregar e um comprador deve aceitar a entrega das unidades de commodities minerais contratadas a um preço e data de entrega rigorosamente acordados no presente. Em outras palavras, o vendedor receberá o preço acordado em dinheiro e seguramente no prazo da entrega. Os preços a prazo levam em consideração e compensam a alta volatilidade potencial do preço das commodities no futuro e são ajustados por rendimentos convenientes (possíveis entradas de caixa em leasing / dividendos líquidos de custos de armazenamento, seguro e financiamento da manutenção da mercadoria acumulados para o detentor do estoque físico).

Como consequência, pode-se construir modelos de projetos de mineração que separam a função de receita da função de custo usando preços a prazo, da mesma forma que o input do preço relevante determina a receita do fluxo de caixa com precisão. Como o uso de contratos de vendas a prazo remove o principal componente de risco (ou seja, risco do preço) a partir da estimativa, seria inadequado usar uma taxa de desconto ajustada por risco e tempo para obter o presente valor dos fluxos de caixa da receita futura. Se tal abordagem, que evita a necessidade de desconto de risco, é adotada, então o único desconto a ser aplicado é a taxa livre de risco para compensar apenas o valor temporal dos fluxos de caixa futuros. Metodologias sofisticadas de modelagem e avaliação de projetos, tais como:

- **preços modernos de ativos (MAP), e**
- **avaliação de opções reais (ROV),**

discutidos abaixo, em vez de usar uma única taxa de desconto ajustada por risco e tempo, implica-se um processo de duas etapas (Figura 19):

- determinando os equivalentes de certeza para os fluxos de caixa não descontados através de várias formas de neutralização de risco; e depois
- descontando-os pelo seu tempo usando a taxa de interesse livre de risco.

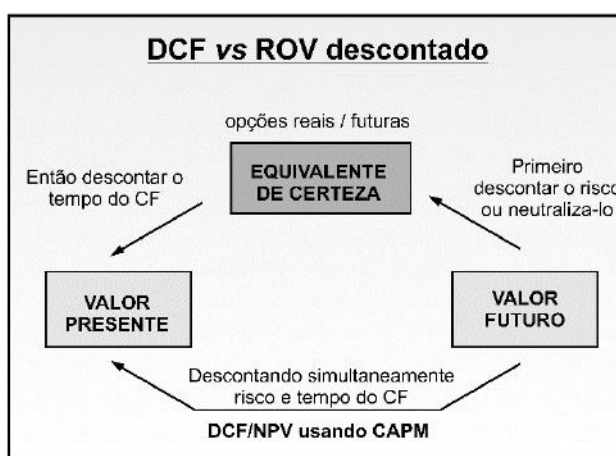


Figura 19. Diferenças entre descontar utilizando análise de fluxo de caixa descontado (DCF) e avaliações de opções reais (ROV)

A metodologia de modelagem MAP, que é um elemento fundamental da forma de avaliação da opção real (Salahor, 1998, p 15; Laughton, 1998), é fácil de aplicar e fornece boas estimativas, geralmente conservadoras, do valor de um projeto sob a suposição de que grande parte do seu risco está ligada à volatilidade do preço da mercadoria produzida. Como discutido mais adiante, existem outras formas de avaliações de opções reais que 'neutralizam' a volatilidade não apenas da receita, mas do fluxo de caixa geral de um projeto, abrangendo todas as outras fontes de risco além do risco de preço.

Para algumas commodities, cotações a prazo são prontamente disponíveis na London Metal Exchange (LME) para entregas até 27 meses no futuro. Isso faz a avaliação MAP de operações de mineração de vida curta muito precisas e convenientes, como ilustra o exemplo a seguir:

Na Tabela 3, calcularemos o MAP / NPV de uma mina de níquel com 27 meses (nove trimestres) de vida produtiva restante até "Neutralizar" o risco do preço do níquel usando preços a prazo para várias datas de entrega citadas na LME. Em 30 de agosto de 2005, quando o preço à vista do níquel era de \$ 14 950 /ton, as entregas de 3, 15 e 27 meses foram cotadas em \$ 14 850, \$ 13 700 e \$ 12 400 /ton, respectivamente, como mostra a Figura 20. Com um fator de conversão de 1 kg igual a 2,204623 libras, essas cotações a prazo são convertidas em \$ 6,78, \$ 6,21 e \$ 5,62 / lb respectivamente.

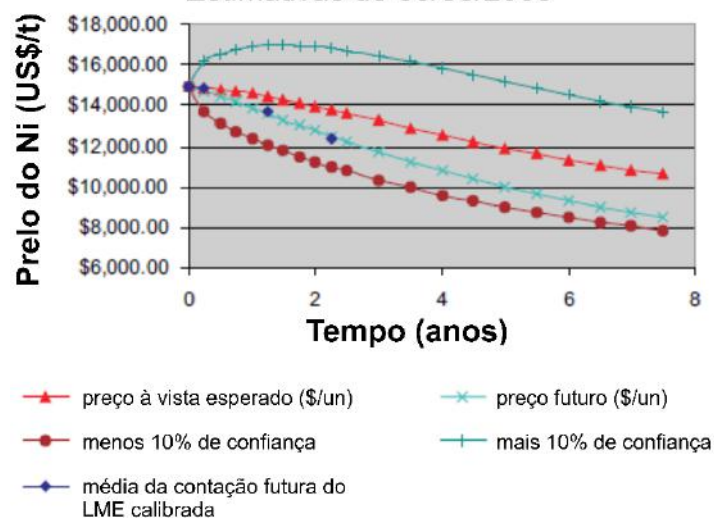
Tabela 3. Comparação entre Fluxo de caixa descontado (Discounted cash flow -DCF) /Valor presente líquido (Net present value-NPV) e Modern Asset Pricing (MAP)/NPV de uma mina de níquel em operação.

Modelo MAP - Tempo (trimestres)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Vendas (milhões de libras (lb))	2				8				8
Preço a prazo (US\$ / lb)	6.78				6.21				5.62
Receita total (milhões US\$)	13.56				49.71				45
Menos royalties a 2.5%	0.34				1.24				1.12
Custo unitário de produção (US\$ / lb)	3.02				3.11				3.21
Custo total de produção (milhões US\$)	6.04				24.9				25.65
Depreciação	1.11				4.44				4.44
Lucro após imposto de 30%	4.25				13.39				9.64
Fluxo de caixa líquido (NCF)	5.36				17.83				14.09
Fator de desconto sem risco	0.9863				0.9333				0.8832
MAP com desconto dos fluxos de caixa (CFs) (milhões US\$)	5.29				16.64				12.44
MAP / NPV (milhões US\$)	24.37								
Modelo de DCF - Tempo (trimestres)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Vendas (milhões de libras (lb))	2				8				8
Preço à vista esperado (US\$ / lb)	6.75				6.54				6.25
Receita total (milhões US\$)	13.51				52.35				50
Menos royalties em 2.5%	0.34				1.31				1.25
Custo unitário de produção (US\$ / lb)	3.02				3.11				3.21
Custo total de produção (milhões US\$)	6.04				24.9				25.65
Depreciação	1.11				4.44				4.44
Lucro após imposto de 30%	4.21				15.19				13.06
Fluxo de caixa líquido (NCF)	5.32				19.63				17.5
Taxa de desconto ajustada pelo risco e tempo por trimestre (%)	3.57%								
Desconto ajustado pelo risco e tempo (Risk-and-time-adjusted discount - RTAD) per annum (%)	15.07%				Risk-premium				9.39%
Fator de desconto ajustado ao risco e ao tempo	0.9655				0.839				0.7291
CFs com desconto	5.14				16.47				12.76
DCF / NPV (milhões US\$)	24.37								

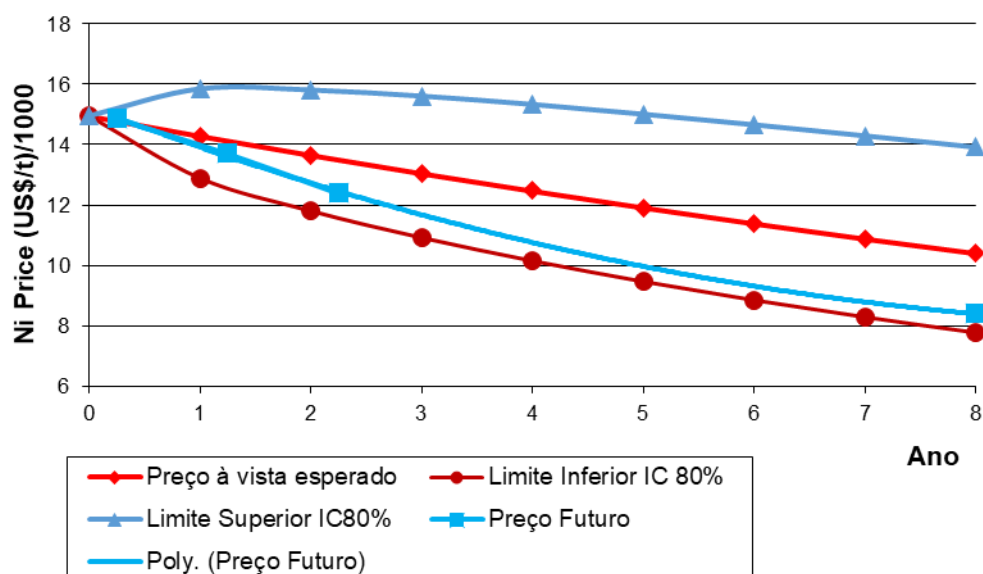
Vamos supor ainda que a mina produza 2M de libras de níquel pagável por trimestre a um custo de caixa de (ano 0) \$ 3,00 / lb sob um contrato de mineração e processamento pronto para uso com custos unitários subindo de acordo com a taxa de inflação estimada em 3% por ano. A empresa comprometeu sua produção completa com vendas nos trimestres 1, 5 e 9. Ativos de capital não depreciado com valor contábil fiscal de \$ 10 milhões podem ser depreciados em linha reta nos nove trimestres. Os royalties de níquel são de 2,5% e o imposto sobre as sociedades é de 30%. A taxa de juros nominal livre de risco é de 5,68% ao ano.

A CURVAS DOS PREÇOS FUTUROS DO NI

Estimativas de 30/08/2005



B Preço do Ni-Intervalo de Confiança de 80%



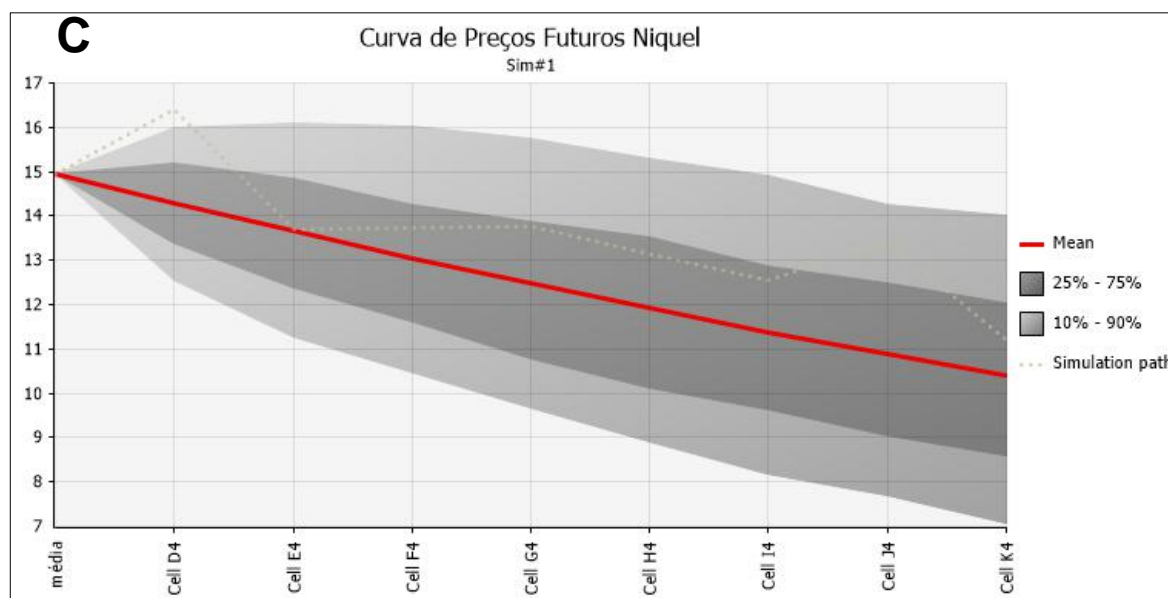


Figura 20. Curvas de preços do níquel projetadas à vista e futuras em 30 de agosto de 2005. A) Modificado de Guj e Maxwell (2006); Preços de Níquel Futuros através de Cálculos Estatísticos; C) Preços De Níquel Futuros através de Simulação de Monte Carlo

Como o modelo é construído em períodos trimestrais, é necessário ter cuidado para garantir que os insumos relevantes também estejam em uma referência trimestral. Portanto, a taxa trimestral de inflação se torna $[(1 + 3\%)^{0,25}] - 1 = 0,74\%$ e o valor nominal da taxa de juros trimestral sem risco de 1,39%.

Tabela 4. Cálculo do valor da opção real de Sally Malay usando a Fórmula de Black e Scholes.

C = Valor da opção real (Value of real option - ROV) (milhões A\$)	21.33
d1	0.8578
d2	-0.104
S = valor á vista = valor presente (PV) dos fluxos de caixa (CF) operacionais líquidos após impostos (milhões A\$)	43.94
X = preço de exercício = PV dos investimentos de capital (milhões A\$)	53
t = Tempo de vencimento (anos)	11
σ = Volatilidade do CF	0.29
δ = Rendimento de conveniência	0
Porcentagem dos juros livres de risco	0.05
ENPV = NPV aprimorado = NPV + ROV (milhões A\$)	12.27

Na Tabela 4, pode-se ver que, sob as premissas, o MAP / NPV deste projeto, sujeito a desconto pela taxa livre de risco devido à eliminação do risco de preço através do uso de preços a prazo e de risco operacional por meio do contrato de mineração turn-key, é de \$ 24,37 milhões.

O modelo DCF convencional correspondente, agora, pode ser construído estimando (como discutido abaixo) e inserindo os preços à vista esperados para os trimestres 1, 5 e 9 (ou seja, \$ 6,75 e \$ 6,5. \$ 6,25 / lb, respectivamente) em vez dos preços a prazo definidos pelo LME. Uma taxa nominal aproximada de risco-tempo ajustada ao desconto pode ser inicialmente inserida e, em seguida, por iteração (usando a Função Goal Seek do Excel), a taxa de desconto ajustada por risco e tempo pode ser determinada, o que fornece um DCF / NPV de \$ 34,37 milhões, ou seja, o mesmo que o obtido no modelo MAP totalmente coberto.

Essa taxa de desconto ajustada por risco e tempo nominal é, neste exemplo, de 15,07%. Recordando o modelo de precificação de ativos de capital (CAPM) discutido no capítulo 9 (Guj e Maxwell, 2006), é claro que essa taxa de desconto possui um componente de juros sem risco de 5,68% e um prêmio de risco de 9,39%. Se uma suposição adicional for feita, de que o prêmio do portfólio de mercado inerente a ele fosse a média a médio prazo de 6,5%, é possível concluir que a empresa que realiza este projeto possui um $\beta()$ de cerca de 1.4; resultado pouco improvável para uma pequena empresa de mineração.

Obviamente, na prática, a maioria das empresas não tenta realizar a avaliação do MAP de seus projetos para obter uma taxa de desconto adequada (mesmo que seja prudente fazê-lo), mas usar taxas de desconto determinadas pela política diretora que pode estar ou não relacionada ao WACC da empresa. Em geral, se uma empresa seleciona uma taxa de desconto menor que a implícita na avaliação do MAP, descontaria menos seus custos operacionais e de manutenção e tenderia a favorecer, sendo iguais às entradas de receita, soluções mais intensivas de capital e vice-versa.

Para operações com vida útil mais longa, os analistas devem prever preços futuros de commodities, além da entrega mais longa cotada disponível na LME (ou seja, 27 meses), usando modelos de estocástica (probabilísticos) de seu comportamento no mercado. Sob condições normais de mercado, os preços geralmente se distribuem log-normalmente e seguem um movimento geométrico

browniano (GBM) em torno de uma tendência média ou de deriva (Figura 20). GBM significa que, em qualquer intervalo de tempo, os preços nunca serão negativos e podem subir ou descer aleatoriamente em função de sua volatilidade.

Além disso, após qualquer choque anormal de preços, no caso da maioria das commodities minerais (veja o exemplo de níquel na Figura 20), gradualmente retornam à tendência ou desvio médio, porque forças de mercado reagem, trazendo novos suprimentos à produção em caso de aumentos significativos de preços ou redução do suprimento de quedas do preço.

A Figura 20 foi construída usando o GBM padrão para mudanças contínuas no preço à vista (dS), incluindo reversão aos fatores de média e erro, ou seja:

$$dS = \left[\alpha^* + 0.5\sigma^2 - \gamma \ln\left(\frac{S}{S^*}\right) \right] S dt + \sigma S dz$$

Onde:

α^* é a taxa de crescimento a curto prazo da mediana dos preços

S é o preço spot atual

S^* é a mediana atual dos preços de longo prazo

σ é a volatilidade dos preços no curto prazo

γ é $\ln(2) / \text{meia-vida}$ = fator de reversão

z é variável aleatória padrão⁴

⁴ Variável normal padronizada, cuja média é 0; e desvio-padrão, 1. Simbolizada por $Z(0;1)$, onde $\mu=0$; $\sigma=1$)

3.6 DO DCF/NPV ESTÁTICO PARA AVALIAÇÕES DE OPÇÕES REAIS (ROV) DINÂMICAS

3.6.1 Uma lógica diferente

Para projetos de recursos minerais:

- com NPVs saudáveis, baixa volatilidade em seus fluxos de caixa; e
- onde a gerência tem flexibilidade limitada, isto é, a oportunidade para mudar seu curso de ação durante as operações à luz de circunstâncias emergentes,

A análise do DCF continuará a fornecer o critério dominante para as decisões de investimento.

Curiosamente, a falta de flexibilidade gerencial na presença de alta volatilidade é realmente o que diferencia uma aposta de um investimento em um projeto capaz de oferecer uma gama de opções estratégicas (por exemplo, invista seu dinheiro e espere pelo resultado) (Copeland e Keenan, 1998).

No entanto, muitos projetos podem apresentar NPVs baixos ou até negativos, porque os analistas descontaram valores de taxa excessivamente altos para compensar a alta volatilidade em seus fluxos de caixa. Muito dessa volatilidade do fluxo de caixa vem tipicamente da alta volatilidade no preço das mercadorias que produzem risco de preço e de outros ganhos incertos.

No entanto, esses projetos podem ser muito valiosos se suas características ou seu design oferecerem flexibilidade de gerenciamento para tirar proveito dos aumentos (por exemplo, aumento de preços) e evitar ou minimizar o efeito de desacelerações. Se por um período de tempo os tomadores de decisão têm o direito, mas não a obrigação de prosseguir com as fases iniciais ou sucessivas do investimento em um projeto somente se as condições forem favoráveis, diz-se que o projeto oferece um **valor de opção real (ROV)** e a volatilidade do projeto pode ser a fonte de valor significativo.

Como as palavras implicam, opções reais (RO) têm a ver com ativos reais como projetos de exploração e mineração, em vez de ativos financeiros, que sustentam os derivativos negociados.

Exploração, pesquisa e desenvolvimento de minerais e petróleo e estudos-piloto, por exemplo, têm as características de investimento real. No entanto, muitos desses projetos continuam a ser subfinanciados e, muitas vezes, imprudentemente rejeitados. Pior ainda, projetos envolvendo novas tecnologias não testadas, às vezes, podem ser comissionados sem gerenciamento adequado, na esperança de reduzir seus prazos de entrega e seu custo total de capital. Isso frequentemente leva a resultados desastrosos.

Esse tipo de erro ocorre porque os investidores não reconhecem totalmente nem valorizam a flexibilidade de gerenciamento para manter suas opções futuras disponíveis para aprender e ajustar progressivamente suas ações conforme o projeto se desenrola, dependendo das circunstâncias emergentes e da informação, afastando a incerteza.

Considere o seguinte exemplo dessa lógica falaciosa, adaptado de Copeland e Keenan (1998). Suponha uma oportunidade de investir em um projeto de \$ 100 milhões que possui:

- 50% de chance de obter um valor presente de \$ 150 milhões em futuros fluxos de caixa operacionais após impostos; e
- 50% de chance de falhar, de modo que apenas \$ 10 milhões seriam recuperados.

Como o valor monetário esperado (EMV) é negativo:

$$EMV = 50\% * (\$150M - \$100M) + 50\% * (\$10M - \$100M) = -\$20M$$

A lógica do DCF levaria à rejeição deste projeto.

Agora suponha que a empresa possa construir e testar uma planta piloto por \$ 10 milhões. Se a planta piloto fosse eficaz na resolução de um nível adequado de

incerteza do projeto, o EMV do projeto se tornaria positivo. No extremo, se a planta piloto dissipar toda a incerteza, o EMV se tornaria:

$$EMV = 50\% * (\$150M - \$110M) + 50\% * (\$0 - \$10M) = \$15M$$

A lógica da opção real levaria à decisão de investir no plano piloto. Se for bem sucedido, a empresa deve investir no projeto. Caso contrário, pode abandonar o investimento a um custo relativamente baixo e sem arrependimento de ter perdido uma oportunidade de investimento potencialmente lucrativo.

A análise de DCF / NPV é determinística e estática. Pressupõe que um investimento é irreversível, e se compara a investimento 'agora ou nunca'(Dixit e Pindyck, 1995). Nos modelos DCF não há contingências inerentes ou planejadas para atrasar o desenvolvimento, expansão ou taxas de produção contratadas. Na realidade, e independentemente de se a decisão de investir foi tomada com base em critérios de DCF / NPV, os projetos evoluem de acordo com o desenrolar das circunstâncias, que geralmente exigem mudanças inesperadas e caras. Pelo menos esse é o caso, a menos que possíveis eventualidades futuras sejam já antecipadas e incorporadas no plano do projeto, para suavizar o efeito de eventos aleatórios incontroláveis.

3.6.2 Tipos de opções reais em projetos de mineração

A maioria das opções reais no contexto da indústria de mineração implica a flexibilidade gerencial para realizar ações como:

1. atrasar o desenvolvimento das minas e aprender;
2. embarcar em um projeto piloto e aprender;
3. iniciar o desenvolvimento e a produção em etapas, aprender e, se necessário, alterar a taxa de produção, exploração de trade-offs de tonelagem, ou seja:
 - a. expandir para incluir recursos de menor qualidade nas reservas ou
 - b. contrato por teor elevado das reservas;
4. suspender ou reiniciar a produção temporariamente; ou
5. abandonar um projeto completamente.

As três primeiras (até 3a) são opções de compra, enquanto 3b e 5 por contraste são mais parecidos com opções, conferindo o certo, mas não a obrigação de "vender" o projeto para gerar economia ou evitar perdas potenciais futuras (S), por um preço predeterminado (X) (por exemplo: a manutenção, abandono, indenização e custos de reabilitação) em ou antes de um tempo predeterminado (t). A opção 4, conhecida como opção de comutação, é uma combinação de convocação para reiniciar a produção e colocar para suspendê-la.

Dependendo da natureza do projeto, é possível distinguir entre:

- **Opções únicas**, quando houver apenas uma decisão possível ou a alternativa é atrasar o investimento em cada nó.
- **Opções de escolha múltipla e de seletor** (Mun, 2002), quando no nó há mais de uma decisão possível em oposição a atrasar o investimento. No caso da opção do seletor, as decisões alternativas são mutuamente exclusivas.
- **Opções sequenciais / compostas**, quando houver uma série de nós de decisão em ordem cronológica (por exemplo: estágios de exploração do projeto), onde cada decisão sucessiva pode ou não ser condicionada ou composta por uma anterior.

Portanto, é possível ver a maioria dos projetos como uma série de opções para adiar e aprender, iniciar, expandir, contratar ou suspender a produção ou finalmente abandonar o projeto, cujo valor não é capturado pelo NPV estático tradicional. Isso pode ser modelado como uma estrutura de árvore de cenários futuros possíveis e sequenciais, com nós de probabilidade representando 'estados da natureza', sem controle gerencial. Os ramos que emanam de cada nó, por sua vez, levam a grupos distintos de possíveis futuros cenários. Cada ramo representa uma ação possível, que os gerentes podem decidir empreender "com a sabedoria de retrospectiva" para otimizar os retornos do projeto, dependendo das circunstâncias emergentes e da chegada de novas informações ao longo do tempo, resolvendo incertezas em cada nó sucessivo.

Ao aguardar novas informações antes de selecionar um curso de ações, os gerentes podem aprender e tomar decisões dinâmicas baseados no "princípio de más e boas notícias", ou seja, participar de resultados positivos e evitar os negativos.

3.6.3 O mercado tem sido eficaz em estabelecer valores reais de opções - considerando o caso de Sally Malay

Se pudéssemos assumir que novas informações são rapidamente disseminadas no mercado e incorporadas nos preços (ou seja, se as oportunidades para arbitragem fossem poucas e de curta duração), uma avaliação objetiva do NPV de um projeto também deveria corresponder estritamente ao seu valor justo de mercado (Lawrence, 2001). Contudo, a análise de transações reais de projetos de mineração geralmente mostra diferenças significativas (geralmente um abono) entre sua bolsa de valores e suas DCF / NPV.

Lawrence (2001) atribui essa diferença ao amplo uso internacional de diretrizes para relatórios que incentivem avaliações baseadas principalmente em reservas provadas e prováveis (como categorizadas no Comitê Conjunto de Reservas Minerais da Australásia, Código JORC, 2004). Essa abordagem, ele argumenta, desconsidera a contribuição potencial para a receita proveniente de incertezas e classificação de recursos e tende a subestimar o valor potencial do projeto nos cálculos fundamentais do DCF.

Independentemente das categorias de recursos utilizadas, segue-se uma estrita lógica do JORC ao extremo, qualquer empresa que tenha instalações sobre um depósito secundário com um NPV negativo com os preços atuais das *commodities*, seria justificado abandoná-las. Como consequência, o valor das ações da empresa deve cair para zero, na ausência de outros ativos significativos em seu portfólio.

O mercado de ações, no entanto, tradicionalmente valoriza a criação de opções, principalmente por empresas de exploração de petróleo e de minérios que não pagam dividendos. Antes das metodologias quantitativas recentes, esse valor não existia.

Para ilustrar a questão, usaremos o exemplo de Sally Malay Mining Ltd, que em 2001 era uma mineradora prospectiva de níquel que detinha recursos subeconômicos de níquel em Kimberley, região da Austrália Ocidental. Logo após sua Oferta Pública Inicial (IPO) em setembro de 2001, quando o preço do níquel estava em torno de \$ 5000 / tonelada, a empresa teve uma capitalização de mercado de cerca de A\$ 12,2 milhões. Este valor surgiu em parte porque:

- O projeto foi baseado em uma mercadoria (ou seja, níquel) com alta volatilidade dos preços. (Os dados de preços da LME mostram a volatilidade do preço do níquel entre 20-25%).

- Além disso, ainda havia, sob as regras da mineração predominantes, um período razoável de tempo antes da empresa ter que tomar uma decisão para desenvolver a mina ou arriscar não ter os direitos minerários estendidos pelo governo por um período adicional de 21 anos. Durante esse período, a empresa estava em posição de adiar o investimento em desenvolvimento de minas a um custo relativamente baixo, ao manter as instalações de mineração em situação legal.

Os investidores interessados também esperavam que, durante este período de aumento potencial dos preços do níquel, novas perfurações pudessem levar a extensas reservas e conversão de recursos não econômicos previamente citados em reservas adicionais de minério.

Se o preço do níquel em setembro de 2001 (ou seja, \$ 5000 / t) fosse inserido em um modelo determinístico de DCF desse depósito, contendo 3,4 milhões de toneladas de reservas de mineração diluídas a um teor de 2,32% equivalente em níquel, seu valor resultante líquido teria sido muito baixo, ou até negativo. Por exemplo, assumindo custos de capital de A\$ 53 milhões (incluindo A\$ 7 milhões em capital de giro), operação e manutenção de caixa e custos de transporte concentrados de A\$ 3,00/lb de níquel vendável em recuperações médias, retornos de fundição e taxas de comercialização, um valor modesto de resgate etc., resultaria em NPV negativo da ordem de - \$ 9,0 milhões, usando um desconto real de 6% e permitindo uma inflação média de 3%.

Essa, no entanto, teria sido uma visão rígida e irreversível do futuro do projeto e seu valor, equivalente a se comprometer com iniciar e operar o projeto por cinco anos, através de momentos bons e ruins, independentemente do que acontecer com o preço do níquel. Não implicava mérito em manter o projeto nem nenhuma capacidade, uma vez tomada a decisão de desenvolver, para evitar ou pelo menos atenuar o provável impacto adverso de possíveis quedas futuras de preços.

No entanto, havia uma percepção generalizada de que uma recuperação nos preços estava chegando. O preço do níquel estava em baixa histórica e

provavelmente aumentaria fortemente. Quando essas expectativas foram incorporadas aos modelos de fluxo de caixa descontados, eles produziram valores líquidos mais saudáveis, justificando a decisão dos investidores de comprar as ações da Sally Malay Mining's Ltd e sua capitalização de mercado de A\$ 12,2 milhões. A ideia de renunciar às instalações teria sido absurda mesmo no final de 1999, quando os preços do níquel estavam em meros \$ 3600 por tonelada. Na verdade, o proprietário anterior, Helix Resources NL, vendeu para os atuais proprietários nessa época por um valor considerável.

O NPV estático desconsiderou totalmente o fato de que a empresa tinha a flexibilidade de adiar o desenvolvimento até que as condições do preço do níquel adicionassem valor, ao invés de consumi-lo. Em teoria, não há cenários de NPV negativo em que se tenha a opção de adiar o investimento porque, na pior das hipóteses, o valor do projeto é zero (ou próximo a ele, se houver custos em manter a opção em aberto, como por exemplo, arrendamentos de honorários de retenção). Essa é uma visão dinâmica do futuro do projeto, e a base para valorizar sua flexibilidade gerencial inerente, para tomar a decisão de desenvolver apenas se houver preços de níquel altos. Como ficará claro mais tarde, esse valor, que não é capturado pelo DCF / NPV convencional, pode ser muito significativo.

Antes dos aumentos dramáticos nos preços do níquel no final de 2003, a situação em Sally Malay tinha todas as características de uma opção de compra Americana "*out-of-the-money*", conferindo o direito, mas não a obrigação de compra, a critério de seus proprietários:

- de adiar ou prosseguir com um investimento de capital de \$ 53 milhões no desenvolvimento do projeto e capital de sustentação, que é análogo ao preço de exercício (ou exercício) (X) desta opção;
- desenvolver a qualquer momento antes ou no prazo de validade dos arrendamentos de mineração em 11 anos, o que é análogo ao termo (t) da opção; e
- obter um benefício líquido igual ao valor presente de todos os fluxos de caixa operacionais futuros líquidos após impostos, no valor de A \$ 43,94 milhões, o que é análogo ao preço à vista dos ativos subjacentes).

Naturalmente, o desenvolvimento pode prosseguir apenas se $S-X$ for positivo; caso contrário, é preferível adiá-lo. Isso significa que a opção do valor do projeto só pode ser positiva, ou seja, o valor máximo entre $S-X$ e zero.

Como o preço do níquel aumentou para cerca de \$ 7000/ t até o final de 2002, subindo para \$ 16.000 / t até o final de 2003, a opção ficou bem "*in the money*" e justificou ser executada. Ou seja, tornou-se rentável desenvolver a mina Sally Malay.

O NPV do projeto havia melhorado de secundário, nos preços de 2001, a até entre \$ 51 e \$ 58 milhões em meados de 2003, usando preços realistas de níquel de \$ 6500 e \$ 7000/ t, a uma taxa de desconto nominal de 7,5% ao ano.

A capitalização de mercado da empresa, de cerca de A \$ 115 milhões em março de 2004, refletia:

- a sensibilidade do projeto a aumentos contínuos nos preços do níquel ao final de 2003;
- o sentimento positivo do mercado sobre o potencial de exploração nas áreas ao redor da mina a esses níveis de preço; e
- moderado pelo efeito de *hedge* das vendas a prazo.

Também refletiu a percepção de que os preços do níquel haviam se estabilizado, e uma expectativa de que eles começariam a cair progressivamente, revertendo para a média de longo prazo, conforme indicado pelos contratos a prazo da *London Metal Exchange* e cotações de futuras.

3.6.4 Estimando o valor da opção real do Projeto Sally Malay em setembro de 2001

A única maneira de capturar as expectativas dos investidores no momento IPO de Sally Malay em 2001, que justificou uma capitalização de \$ 12,2 milhões para esta empresa, muito além seu NPV determinístico de - \$ 9,07 milhões, teria sido de estimar o seu valor da opção real (ROV).

A determinação deste ROV foi fácil neste caso devido à natureza da opção real inerente a esse projeto, que se prestou a ser tratado de forma eficaz usando uma

equação de forma fechada, a fórmula de *Black and Scholes* (B-S) (Peirson, Brown, Easton e Howard, 2002, p. 633):

$$\text{Preço da call}^5 = C = SN(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2)$$

Onde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - \delta + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{(\sigma T^{0.5})}$$

$$d_2 = d_1 - (\sigma T^{0.5})$$

S é preço spot

X é o preço de exercício

σ é o desvio-padrão do logaritmo da porcentagem de retorno das ações, expresso em decimais

T é o tempo de exercício em anos

r é a porcentagem anual de taxa de juros livre de risco expressa em decimal

N (d) é a função de densidade de distribuição normal padrão cumulativa com limite integral superior d

δ é o rendimento de conveniência (dividendo) em porcentagem ao ano expresso como decimal

Além das premissas já discutidas, a volatilidade dos fluxos de caixa deste projeto foi estimada em 29%, em que boa parte foi representada pela volatilidade dos preços do níquel e o restante por uma variedade de outras informações incertas do projeto. Outra contribuição necessária foi a taxa de juros livre de risco (RF), que foi estimada em cinco por cento, ou seja, com um prêmio de 0,25 por cento acima a taxa de caixa de RBA de 4,75% prevalecente na época.

⁵ No jargão, CALL é uma Opção de Compra; PUT, uma opção de Venda.

Nesta base, o valor real da opção (ROV) deste projeto foi avaliado em \$ 21,33 milhões, conforme mostrado na Tabela 5.

Tabela 5. Cálculo do Valor da opção por Black-Scholes

Fórmula para cálculo do Valor da Opção - Black & Scholes				
Fonte: Lauro de Araújo Silva Neto, Atlas, 1998, pág. 81				
1. Avaliar um opção de compra (call) pela fórmula de Black & Scholes				
S=Spot Price		43,94	A\$ M	
X=Exercise Price		53,00	A\$ M	
t=Time to expiry		11	years	
Risk-free interest rate		5,00%	per year	
Solução				
Dados:				
PREÇO	S	43,94	S	
PREÇO DE EXERCÍCIO	X	53,00	X	
TAXA DE JUROS	r	5,00%	i	
TEMPO (ANOS)	t	11	t	
Volatilidade do Preço da Ação		29%	sigma	
VARIÂNCIA	sigma2	8%		
FÓRMULA DE BLACK & SCHOLES				
Valor da CALL = $C = S \cdot N(d1) - X \cdot \exp(-r \cdot t) \cdot N(d2)$				
$d1 = \frac{(\ln(S/X) + r \cdot t + \frac{\sigma^2 \cdot t}{2})}{(\sigma \cdot \sqrt{t})}$				
$d2 = \sigma \cdot \sqrt{t} - d1$				
$d2 = \frac{(\ln(S/X) + r \cdot t - \frac{\sigma^2 \cdot t}{2})}{(\sigma \cdot \sqrt{t})}$				
$N(d1)$ - Área da Normal (0,1) de -infinito a d1				
Cálculos Diretos:				
d1	0,857834			
d2	-0,103987			
N(d1)	0,804506			
N(d2)	0,458530			
V(CALL)	21,327165			
Cálculos Auxiliares:				
$\ln(S/X)$	-0,187467			
r · t	0,55			
sigma · sigma	8%			
t/2	5,5			
sigma2 · t/2	0,46255			
CALL				
Numerador	0,8250832			
Denominador	0,9618212			
d1				
PUT				

O valor presente líquido ativo (NPAV) ou valor presente líquido expandido (ENPV) (Mun, 2002, p 168) do projeto / empresa, assumindo que não há outros ativos significativos em sua carteira naquele momento, é então a soma do seu VAL e ROV, ou seja:

$$ENPV = NPV + ROV = -\$ 9,06 \text{ milhões} + \$ 21,33 \text{ milhões}$$

$$= \$ 12,27 \text{ milhões}$$

Este valor está notavelmente próximo do mercado da empresa de capitalização da época, ou seja, cerca de A \$ 12,2 milhões, mas muito sensível às estimativas dos vários insumos, particularmente à volatilidade difícil de calcular da operação líquida após impostos do projeto posteriores aos fluxos de caixa.

Além disso, deve-se ter em mente que a fórmula B-S foi especificamente concebida para avaliar derivativos financeiros e opções não reais, e baseia-se em uma série de premissas, algumas das quais podem ser muito restritivas e irreais no contexto de opções reais.

Por exemplo, a falta de negociação direta contínua sem atrito e avaliações de mercado do projeto de mineração subjacentes a uma opção real, muito menor que suas contrapartes em títulos financeiros, onde muitas das métricas necessárias podem ser facilmente derivadas dos registros de mercado. Os projetos de mineração, por outro lado, raramente são negociados, e seu valor subjacente para fins de modelagem de ROV pode apenas ser pressuposto de acordo com Copeland e Antikarov (2003, p. 94), como seu DCF / NPV a uma taxa de desconto apropriada de risco e tempo. Essa suposição é conhecida como “ativo de exoneração comercial”, ou MAD.

A volatilidade dos retornos de um projeto de mineração não pode, como é no caso de títulos financeiros, ser simplesmente gerada a partir das estatísticas ASX e pode exigir previsões complexas e simulações de Monte Carlo.

Além disso, a fórmula B-S também implica que os valores das opções sejam sempre positivos, não ajudando assim quando há abandono dos custos em projetos de mineração. O pressuposto de volatilidade constante e juros livres de risco, exercício no vencimento, etc. inerentes à fórmula de Black-Scholes também determina os valores reais das opções usando esse tipo de equação de forma fechada não confiável, exceto em modelos de opções mais simplificados, como no caso de Sally Malay, a delaying option, onde fornece uma ordem razoável de magnitude ROV.

Em muitos casos onde as opções reais têm estruturas múltiplas mais complexas, sequenciais e compostas, o uso da fórmula B-S com suas limitações e restrições pode se tornar inviável, e então métodos mais complexos, porém mais versáteis, como o método de árvore binomial, precisarão ser usados.

3.7 USANDO ÁRVORES BINOMIAIS NA AVALIAÇÃO DE OPÇÕES REAIS NA PRÁTICA

Embora a volatilidade dos preços seja a fonte predominante da volatilidade nos fluxos de caixa de muitos projetos de mineração, essa não é a única fonte de incerteza. Um grau significativo de incerteza pode ser atribuído a outros componentes de entrada de receita, aos quais o desempenho do projeto é altamente sensível. Esses incluem incerteza em torno das estimativas de:

- teor e tonelagem de reservas de minério;
- recuperação metalúrgica (levando em consideração sua correlação com o teor do minério); e
- taxas de câmbio entre dólares da Austrália e dos Estados Unidos (permitindo um certo grau de correlação entre os preços denominados em US\$ e o A\$ (dólar australiano) dadas suas características de "moeda de commodities"; e assim por diante).

Embora seja matematicamente possível, através de cálculos estocásticos complexos e equações diferenciais parciais construir modelos de projetos específicos que levam em consideração e combinam as volatilidades dos vários insumos do projeto, à medida que seu número aumenta, a construção de um modelo matemático realista para aplicação MAP ou para gerar uma equação de forma fechada se torna muito difícil de lidar na prática.

Uma maneira mais amigável de construir um modelo de opção real de um projeto é usar a volatilidade de seu futuro caixa líquido após fluxos impostos, em vez das volatilidades individuais de vários insumos. Afinal, a volatilidade dos fluxos de caixa do projeto é uma complexa função 'ponderada' da volatilidade de todas as entradas do projeto.

Essa abordagem fornece resultados mais precisos, desde que seja possível estimar a volatilidade do fluxo de caixa (σ) com algum grau de confiança. Métodos para estimar a volatilidade, conforme descritos em Copeland e Antikarov (2003, pp 244-269) e Mun (2002, 197 - 202), às vezes podem ser problemáticos e provavelmente representam os maiores desafios na realização de avaliações de opções reais.

Eles incluem:

- a abordagem logarítmica do valor presente;
- a abordagem de premissa de gerenciamento; e
- a abordagem de proxy de mercado, onde o projeto sob consideração é semelhante ao de várias empresas negociadas na bolsa de valores.

O método de valor presente logarítmico implica:

1. determinar a função $X = \ln [(PV \text{ em } t = 1 \text{ de } \sum t = 1 \text{ para } n \text{ líquido CFs operacionais}) / PV \text{ em } t = 0 \text{ de } \sum t = 0 \text{ para } n \text{ CFs operacionais líquidos}]]$; então

2. executar uma simulação de Monte Carlo apenas no numerador, a fim de definir a volatilidade (σ) de X , que é de fato a volatilidade dos fluxos de caixa do projeto.

Todos esses métodos requerem o uso de um software de simulação de análise de risco sofisticado.

A alternativa de realizar técnicas de otimização dinâmica baseadas em simulação, enquanto apropriada para algumas aplicações específicas, provou ser geralmente algo impraticável ao modelar projetos de mineração.

Por outro lado, uma vez que a volatilidade do fluxo de caixa de um projeto tenha sido estimada, torna-se possível fazer uso não apenas de equações estabelecidas de forma fechada (das quais a fórmula B-S é um exemplo bem conhecido), mas também dos mais versáteis e amigáveis métodos de rede binomial.

O lema de Ito afirma que uma variável dependente (como a de fluxos de caixa de receita de um projeto), que é uma função de processo estocástico (por exemplo, preços de commodities) é ele próprio um processo estocástico. Como consequência, o NPV de um projeto também pode subir ou descer durante um intervalo de tempo ao longo de um caminho determinado por sua média e volatilidade, que por sua vez são uma função da volatilidade combinada do preço da mercadoria produzida e de todas as outras variáveis incertas e significativas.

Mun (2002) descreve várias possíveis avaliações de opções reais de abordagens baseadas na rede binomial (e as trinomiais e polinomiais relacionadas), incluindo:

- o método relativamente amigável de "probabilidade livre de risco",
- o método de 'preços de estado', e
- o método um pouco menos amigável de "replicar portfólio".

Sistemas binários com dois resultados possíveis, mutuamente exclusivos do tipo sucesso ou fracasso (ou aumento ou redução) geralmente aderem à distribuição

discreta de probabilidade binomial, que explica sua importância na análise de opções. Em sistemas de binômio discreto:

- sucesso significa que o preço aumentará em qualquer unidade de tempo por um fator $(1 + \sigma)$, onde σ é a medida da volatilidade por unidade de tempo (T em anos); enquanto
- falha significa que o preço cairá por um fator de $1 / (1 + \sigma)$.

Se um intervalo de tempo menor (no limite infinitesimal) for selecionado ($\Delta t = T / n$, em que T é o tempo de expiração e n é o número de subdivisões de tempo), a rede discreta de distribuição binomial tende tornar-se mais refinada, contínua e exponencial com:

$$\begin{aligned} \text{up factor: } Up &= \exp(\sigma^* \Delta t^{0.5}); e \\ \text{down factor: } Down &= \frac{1}{Up} = \exp(-\sigma^* \Delta t^{0.5}) \end{aligned}$$

Mun (2002) mostra que essas fórmulas exponenciais fornecem uma aproximação razoável da distribuição do binômio discreto correspondente, mesmo quando os intervalos de tempo são razoavelmente grosseiros. Por esse motivo, ele recomenda a rede binomial como a mais refinada prática para modelar opções reais.

Das três maneiras de neutralizar o risco, ele também recomenda a abordagem "probabilidade livre de risco (p)" como a mais prática e versátil. Sua fórmula é:

$$p = \frac{[\exp((r - b) \Delta t) - Down]}{(Up - Down)}$$

onde r é a taxa de juros livre de risco e b representa qualquer pagamento contínuo de dividendos, se aplicável, expresso em decimais.

Uma alternativa para 'probabilidades livres de risco' é usar "preços de estado". Um "ativo de estado" é uma reivindicação que paga um fluxo de caixa futuro de \$ 1 se ocorrer um estado específico da natureza, sem perdas se o estado da natureza desejado não ocorrer. Um "preço de estado" é o valor que um investidor estaria

preparado para pagar hoje por um ativo de estado. Isto é, de fato, o valor descontado por risco e tempo de \$ 1 a ser recebido se o estado relevante da natureza ocorrer, sem perda alternativa.

Benninga (2000, pp 253-273) descreve esse método e seu relacionamento com um "portfólio de replicação" e a fórmula Black-Scholes, em termos facilmente compreensíveis.

Cada um desses métodos procura "neutralizar" o risco analisando e manipulando matematicamente as características de risco individuais de cada projeto / oportunidade de investimento. A prova da capacidade de neutralização de riscos dessas técnicas está além do escopo deste capítulo. Benninga (2000) fornece uma introdução simples ao conceito de replicar o portfólio e os preços de estado, enquanto Copeland e Antikarov (2003) discutem probabilidades "neutras ao risco". Mun (2002) identifica uma série de etapas distintas no processo de determinar o ROV de um projeto. São elas essencialmente:

1. construção de um modelo estático de caso de base DCF do projeto;
2. Realizar uma simulação de Monte Carlo de suas saídas (por exemplo, NPV esperado e volatilidade do valor líquido, impostos posteriores, fluxos de caixa) a serem utilizados como insumos na avaliação da opção real;
3. identificar e modelar as opções reais;
4. aplicar um método apropriado de avaliação de opções reais e escolhas / decisões otimizadoras; e
5. relatar e comunicar os resultados de forma eficaz.

3.8 AVALIANDO UMA OPÇÃO DE EXPANSÃO COM O MÉTODO DE REDE BINOMIAL USANDO A "PROBABILIDADE SEM RISCOS"

A rede binomial com 'probabilidades livres de risco' é o próximo passo mais simples e versátil para superar a complexidade e alcançar maior realismo. Isso será ilustrado pela avaliação de uma opção de expansão.

Considere uma usina personalizada de ouro com capacidade anual de um milhão de toneladas de minério e um NPV estático de \$ 60 milhões. Segundo Mun (2002, p 198), a volatilidade dos retornos logarítmicos em seus fluxos de caixa futuros é estimada usando uma simulação de Monte Carlo de 35%.

Os proprietários da usina conseguiram atrair minério para suas instalações e eles preveem que dentro dos próximos anos pode ser possível aumentar significativamente os volumes atuais de minério tratado. Como consequência, eles estão considerando seriamente expandir sua capacidade.

Eles agora estão cientes de que uma mina na região está se aproximando da exaustão e que seus proprietários seriam favoráveis a vender sua usina com capacidade anual de 0,6 milhão de toneladas a qualquer momento durante os próximos cinco anos por \$ 40 milhões e, se necessário, permitindo que o adquirente trate o minério restante de maneira personalizada.

Isso representa uma expansão potencial de 60%, o que aumentaria o NPV em um fator de 1,6 menos a aquisição (exercício) ao preço de \$ 40 milhões. No momento, a opção não está "in-the-money", porque, se exercido, o valor da expansão da empresa seria $1,6 * \$ 60 \text{ milhões} - \$ 40 \text{ milhões}$, ou seja \$ 56 milhões, o que é menos que o NPV se a fábrica não expandisse a usina, que atualmente vale \$ 60 milhões.

Dada a alta volatilidade e o longo tempo até seu vencimento, isso não significa que a opção seja inútil. Pelo contrário, tanto o comprador quanto o autor da opção precisam determinar quanto a opção pode valer a pena, como base para as negociações.

Esta opção de expansão clássica pode ser resolvida pela aplicação da 'probabilidade livre de risco' na rede binomial relevante do ativo.

Em primeiro lugar, é preciso calcular:

- o fator ascendente $Up = \exp(\sigma * \Delta t 0,5) = 1,419$;
- o fator de queda $Down = \exp(-\sigma * \Delta t 0,5) = 0,705$; e
- a 'probabilidade livre de risco' $p = [\exp((r-b) * \Delta t) - \text{Abaixo}] / (\text{Acima} -$

Abaixo) = 0,515.

Então é preciso construir, como na Tabela 6, a rede binomial, exibindo o efeito de várias combinações de altos e baixos no NPV do ativo subjacente.

Tabela 6. Opção de expansão avaliada usando uma árvore binomial com o método de probabilidade livre de risco. A) Modificado de Guj e Maxwell (2006); B) Reprodução

Rede binomial de opção de expansão						
Valor do ativo (\$)		60	Fator de expansão		60.00%	
Custo de implementação (\$)		40	Stepping time (dt)		1	
Maturidade (anos)		5	Up-step size (up)		1.419	
Taxa de risco zero (%)		7.00%	Down-step size (down)		0.705	
Dividendos (%)		0.00%	Probabilidade de risco neutro (p)		0.515	
Volatilidade (%)		35.00%	Fator de desconto contínuo		0.932394	
Lattice steps		5				
Tempo 0	1	2	3	4	5	
Possíveis resultados						
Certain	u	2u	3u	4u	5u	
	d	du	d2u	d3u	d4u	
		2d	2du	2d2u	2d3u	
			3d	3du	3d2u	
				4d	4du	
					5d	
Valores de possíveis resultados						
60.0	85.1	120.8	171.5	243.3	345.3	
	42.3	60.0	85.1	120.8	171.5	
		29.8	42.3	60.0	85.1	
			21.0	29.8	42.3	
				14.8	21.0	
					10.4	
NPV expandido incluindo valor de opção						
63.0	101.4	158.3	239.6	352.0	512.4	Expandir
	31.7	56.0	95.8	156.0	234.3	Expandir
		10.6	22.2	46.2	96.2	Expandir
			0.0	0.0	0.0	Fim
				0.0	0.0	Fim
					0.0	Fim

Opção de Expansão avaliada usando uma árvore binomial com o método de probabilidade livre de risco

Árvore Binomial da Opção de Expansão

Valor do Ativo (\$)		60	Tempo do Passo (dt)		ano	1
Custo da Implementação (\$)		40	Up (incremento)			1.4191
Maturidade (anos)		5	Down (decrécimo)			0.7047
Taxa livre de risco (ao ano)		7%	Probabilidade neutra ao risco (p)			0.5149
Dividendo		b= 0%	Fator de Desconto Contínuo		t=1 ano =EXP(-rt)	0.9324
Volatilidade (ao ano, sigma=)		35%				
Passos da árvore		5				
Fator de Expansão		60%				
Tempo 0	1	2	3	4	5	
Certain	u	2u	3u	4u	5u	
	d	du	d2u	d3u	d4u	
		2d	2du	2d2u	2d3u	
			3d	3du	3d2u	
				4d	4du	
					5d	
Valores de resultados possíveis						
60	85.14	120.83	171.46	243.31	345.28	
NPV	42.28	60	85.144	120.83	171.46	
		29.795	42.281	60	85.144	
			20.996	29.795	42.281	
				14.796	20.996	
					10.426	
NPV expandido incluindo valor da opção						
63.00034	101.35	158.34	239.56	352	512.44	
ENPV	31.71	56.022	95.799	156.02	234.33	
		10.647	22.178	46.198	96.23	
			0	0	0	
				0	0	
					0	
Valor da opção real a expandir						
ROV= (ENPV-NPV)=						
3.000344						

Uma rede de avaliação de opções é então construída como mostrado na Tabela 5, determinando primeiro na coluna 5, sob qual combinações de altos e baixos seria ideal expandir. Por exemplo: a expansão é garantida no caso de cinco altos, quatro altos e um baixo e três altos e dois baixos, porque 1,6 vezes o valor relevante do ativo subjacente em \$ 60 milhões menos o custo de implementação de \$ 40 milhões é maior que o valor de não expandir, ou seja:

$$1,6 * 345,28 - 40 = 512,44 > 345,28$$

da mesma forma, para 234,33 versus 171,46 e 96,23 versus 85,14. De dois altos e três baixos até cinco baixos, o valor da expansão é menor do que continuar com a única usina e a opção de expansão é consequentemente deixar expirar.

O próximo passo é reverter os valores na rede de avaliação da opção da direita para a esquerda a partir da coluna da etapa 5. Por exemplo: 352.0 na etapa 4 é obtida

aplicando a opção de probabilidade "livre de risco" (p) a 512,4 e (1-p) a 234,3 e, em seguida, por desconto de um ano da seguinte forma:

$$(512,44 * 0,515 + 234,33 * (1 - 0,515)) * \exp(-0,07 * 10,5) = 352,00$$

Onde: $\exp(-r * \text{raiz quadrada de } (\Delta t)) = \exp(-0,07 * 10,5) = 0,93239$ é o fator de desconto de tempo contínuo a uma taxa de sete por cento ano, ou seja, para $\Delta t = 1$.

À medida que cada par de figuras em cada coluna é revertido para a esquerda de maneira semelhante, o valor combinado (ou o presente líquido expandido (ENPV)) de \$ 63,0 milhões é facilmente obtido. A diferença entre o ENPV em \$ 63,0 milhões e o NPV básico do projeto antes da expansão (ou seja, \$ 60 milhões), **no valor de \$3 milhões**, são o valor real da opção (ROV) de uma possível expansão de capacidade da usina em 60%, atualmente não econômica.

Esse tipo de rede pode ser feito de forma relativamente simples, usando uma planilha de computador pessoal, como mostrado na Tabela 6, mas opções mais complexas podem exigir software especializado que também permite a construção de redes mais precisas e com várias etapas de maior granularidade (Mun, 2002, p 154).⁶

3.9 AVALIAÇÃO COMERCIAL DO GRAU DE TONELAGEM

Os analistas geralmente precisam capturar o valor da opção dos projetos com *trade-offs* significativos de teor-tonelagem. As avaliações tradicionais de DCF / NPV baseadas em código JORC, incluindo apenas reservas rotineiras prováveis e

⁶ Expandindo e indo além dos resultados de Pietro Guj - No Apêndice I, aproveitando a planilha EXCEL construída, são mostradas Análises de Sensibilidade feitas, inicialmente, com a função TABELA do EXCEL e gráficos em 2-D. Logo em seguida, é mostrada a análise de sensibilidade probabilística, com EXCEL+@RISK, em spider graphs; scatterplots, mostrando a equação da linha de tendência e a correlação; e gráficos de Tornado, mostrando o impacto na média e a correlação de cada variável com o ROV.

provadas, geralmente não reconhecem a flexibilidade gerencial e a alavancagem de preço inerentes a essas reservas e o halo circundante de recursos de menor qualidade. Eles, portanto, subestimam muito esses projetos.

Vários modelos sofisticados para avaliar o momento ideal para expansão, contração e abandono de projetos de mineração em função dos preços das commodities foram desenvolvidos seguindo o artigo de Brennan e Schwartz (1985). Estes incluem, entre outros, modelagem de preço, custo e incerteza de reservas de uma mina de cobre genérica por Cortazar e Casassus (1998) e por Poulin, Samis e Laughton (2001) e da Mina de ouro East Rand por Samis (1995).

A Figura 21, que foi adaptada de Samis (2002), exhibe os possíveis retornos para as opções inerentes a um projeto de mineração com um pequeno núcleo de reservas de alto teor, dentro de um volume de minério habitual, adjacente a um significativo recurso de teor ordinário. Os trade-offs de teor-tonelagem dão origem ao que é conhecido como uma opção múltipla ou de escolha (Mun, 2002, p 181), já que o investidor pode escolher entre mais de um curso possível de ações a qualquer momento.

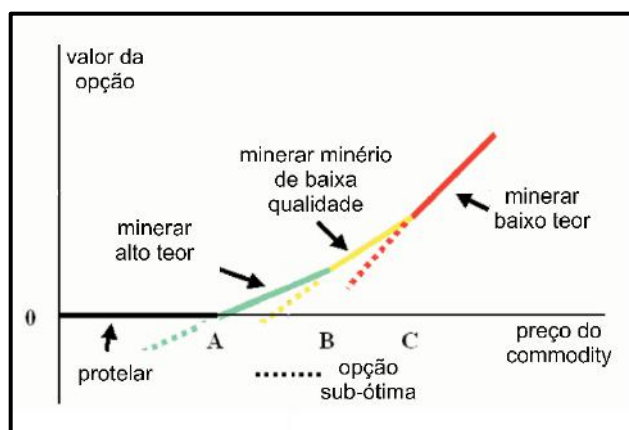


Figura 21. Múltiplas opções reais derivadas dos trade-offs entre teor e tonelagem na mineração.

A um preço de commodity abaixo de A, o projeto é subeconômico e o seu desenvolvimento atrasaria, ou se a mina está atualmente operando, deve fechar. Se os preços subirem acima de A, torna-se justificável desenvolver o projeto para extrair o minério de alto teor. À medida que os preços continuam subindo, o projeto se torna cada vez mais rentável, até os preços excederem B, quando enfim minerar minério de

teor 'ordinário' é justificável. Quando os preços sobem acima de C, a expansão da produção do minério de baixo teor é ideal.

Vamos considerar as opções em aberto para o gerente de uma operação de mineração no valor de \$ 100 milhões, que atualmente está produzindo 'Minério comum'. Além disso, suponha que por cinco anos, dependendo da direção e gravidade das mudanças nos preços das *commodities*, ele ou ela pode:

1. continuar minerando normalmente sem a necessidade de investimento;
2. expandir a produção em 30%, minerando minério de nível inferior a um custo de capital de \$ 20 milhões;
3. contrair a produção em 10% minerando já comprovado minério de alto teor com uma economia de \$ 25 milhões; ou
4. abandonar a produção e vender o projeto por \$ 85 milhões.

A Tabela 7 mostra que essas opções adicionariam \$ 17,3 milhões ao NPV estático de \$ 100 milhões deste projeto, mesmo a um modesto nível de volatilidade de 15% nos fluxos de caixa do projeto e a uma taxa de juros sem risco de 5%.

Tabela 7. Estimando o valor da opção de escolha de uma mineradora para expandir, contrair ou abandonar a produção.

Chooser option binomial lattice							
		Continua		Expande		Contrata	Abandona
Variação do NPV		0.00%		30.00%		-10.00%	-100.00%
Valor do ativo (\$)		100					
Custo de implementação (\$)		0		20		-25	-85
Maturidade (anos)		5 <th colspan="2">Stepping time (dt)</th> <td colspan="2">1</td>		Stepping time (dt)		1	
Taxa de risco zero (%)		5.00% <th colspan="2">Up-step size (up)</th> <td colspan="2">1.162</td>		Up-step size (up)		1.162	
Dividendos (%)		0.00% <th colspan="2">Down-step size (down)</th> <td colspan="2">0.861</td>		Down-step size (down)		0.861	
Volatilidade (%)		15.00% <th colspan="2">Probabilidade de risco neutro (p)</th> <td colspan="2">0.633</td>		Probabilidade de risco neutro (p)		0.633	
Lattice steps		5					
Tempo 0	1	2	3	4	5		
Possíveis resultados							
Certain	u	2u	3u	4u	5u		
	d	du	d2u	d3u	d4u		
		2d	2du	2d2u	2d3u		
			3d	3du	3d2u		
				4d	4du		
					5d		
Valores de possíveis resultados							
100.0	116.2	135.0	156.0	182.2	211.7		
	86.1	100.0	116.2	135.0	156.8		
		74.1	86.1	100.0	116.2		
			63.8	74.1	86.1		
				54.9	63.8		
					47.2		
NPV expandido incluindo valor de opção							
117.3	136.1	158.7	185.8	217.9	255.2	Expandir	
	101.2	116.1	134.2	156.5	183.9	Expandir	
		89.8	100.9	114.7	131.0	Expandir	
			83.2	91.4	102.5	Contratar	
				80.9	85.0	Abandonar	
					85.0	Abandonar	

O processo na Figura 21 é o mesmo usado no modelo de expansão anterior, tanto quanto a estrutura de valores de possíveis resultados, mas usa um método diferente de regra de maximização para determinar os membros finais da rede de valores de opção, ou seja:

Máx. (Continuar, expandir, contrair, abandonar)

Assim, a opção de expansão é o resultado mais valioso no caso de cinco estados naturais sucessivos, uma vez que é superior ao valor do ativo subjacente sob os mesmos estados de natureza, mas sem expansão, ou seja:

$$\begin{aligned}
 &[(\text{valor do ativo subjacente se ocorrerem cinco altas}) * (1 \\
 &\quad + \text{fator de expansão})] - (\text{custo de implementação}) \\
 &= ((\$ 211,7 \text{ M} * (1 + 30\%)) - \$ 20 \text{ M}) \\
 &= \$ 255,2 \text{ M}; \text{ que é maior que:}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (\text{valor presente do projeto no ano } 0) * (\text{composto do fator acima de cinco anos}) \\
 & = \$ 100 \text{ milhões} * \exp(\sigma * T^{0,5})^5 = \$ 211,7 M
 \end{aligned}$$

De fato, o valor da opção de expansão sob esses estados naturais é mais alto do que qualquer outra opção aberta para o investidor. A estrutura do valor da opção da Figura 21 mostra que a opção de expansão tem o valor máximo, mesmo que haja quatro altos e um baixo (ou seja, \$ 183,9 milhões) ou três altos e dois baixos (ou seja, \$ 131,0 milhões), após o qual a opção de contrato produz o valor máximo (ou seja, \$ 102,5 milhões). No caso de uma alta e quatro baixas e cinco baixas, o curso de ação que maximiza o valor é vender o projeto por \$ 85 milhões (Tabela 8).

Tabela 8. Opção de expansão usando árvore binomial

Opção de Expansão avaliada usando uma árvore binomial com o método de probabilidade livre de risco					
Árvore Binomial da Opção de Expansão					
	Continue	Expand	Contract	Abandon	
Change in NPV	0%	30%	10%	-100%	
Valor do Ativo (\$)	100	Tempo do Passo (dt)	ano		1
Custo da Implementação (\$)	20	Up (incremento)			1.1618
Maturidade (anos)	5	Down (decremento)			0.8607
Taxa livre de risco (ao ano) r=	5%	Probabilidade neutra ao risco (p)			0.6328
Dividendo b=	0%	Fator de Desconto Contínuo t=1 ano =EXP(-rt)			0.9512
Volatilidade (ao ano) sigma=	15%	Up factor composto ao longo de 5 anos			2.1170
Passos da árvore	5	Valor presente do projeto no ano 0 * Up factor			211.7000
Fator de Expansão	30%				
Tempo 0	1	2	3	4	5
Certain	u	2u	3u	4u	5u
	d	du	d2u	d3u	d4u
		2d	2du	2d2u	2d3u
			3d	3du	3d2u
				4d	4du
					5d
Valores de resultados possíveis					
100	116.18	134.986	156.831	182.212	211.70
NPV	86.07	100	116.183	134.986	156.83
		74.0818	86.0708	100	116.18
			63.7628	74.0818	86.07
				54.8812	63.76
					47.24
NPV expandido incluindo valor da opção					
					Decision
117.27	136.08	158.72	185.78	217.85	255.21 Expand
ENPV	101.24	116.06	134.23	156.46	183.88 Expand
		89.83	100.94	114.67	131.04 Expand
			83.24	91.37	102.46 Contract
				80.85	85.00 Abandon&Sell
					85.00 Abandon&Sell
Valor da opção real combinada					
ROV= (ENPV-NPV)=					
17.27					

O processo de reversão envolve a aplicação progressiva da probabilidade livre de risco e desconto contínuo por tempo como na opção de expansão da Tabela 6.

O valor dessa opção de \$ 117,3 M - \$ 100 M = \$ 17,3 M não é o equivalente à soma das opções individuais a expandir, contrair ou / e abandonar, mas é derivado como uma opção de combinação dos três.

Este modelo, bem como modelos de opções discutidos anteriormente, no entanto, determinaria um valor justo do projeto, enquanto a opção estiver aberta. Eles não implicam que o projeto mantenha esse valor em qualquer estágio após o exercício de qualquer uma das múltiplas opções. Por exemplo, se a opção de expansão foi exercida após o aumento do preço, então o dono da mina teria apenas a opção de regressar à mineração habitual, ou abandonar. Essa opção teria um valor muito diferente. Um nível mais alto de complexidade também é criado pelo fato de que, na vida real, todas essas opções também devem ser reversíveis e que a administração geralmente tem a flexibilidade de colocar a mina esporadicamente sob cuidados e manutenção quando os preços caem e tornam a operação não econômica.

Esse tipo de opção é abordado no modelo de Slade (2001) de todas as minas de cobre canadenses que operaram entre 1980 e 1993, que inclui uma facilidade, embora matematicamente complexa, de valorizar a opção de implementar suspensão e retomada temporárias da produção, em resposta a mudanças nos preços das commodities.

Uma discussão sobre como superar a complexidade conceitual e a dificuldade computacional em reconhecer e modelar tais opções de comutação está, no entanto, muito além do escopo deste documento.

3.10 AVALIANDO OS VALORES REAIS DAS OPÇÕES SEQUENCIAIS E COMPOSTAS DA EXPLORAÇÃO MINERAL FARM-IN / ACORDOS DE OPÇÕES

Diz-se que uma opção real é:

- composta, quando seu valor depende de duas decisões opcionais interativas com o mesmo prazo de validade; e

- sequencial e composta, quando houver uma série de decisões cronologicamente sequenciais (por exemplo: etapas do projeto) onde cada decisão está condicionada a uma anterior.

Opções sequenciais / compostas são típicas de projetos de múltiplos estágios, em que o progresso para etapas sucessivas depende do resultado dos anteriores. Por exemplo, a mineração envolve:

- exploração mineral;
- se a exploração for bem-sucedida, a delimitação de recursos e os estudos de viabilidade seguem; caso contrário, o projeto é abandonado;
- se a viabilidade for demonstrada, a construção e desenvolvimento da mina pode ocorrer, caso contrário, o projeto fica obsoleto; e
- somente se tudo o que foi dito acima for realizado, a mina progredirá para a fase de produção.

Na conclusão de cada fase sucessiva de um programa de exploração, por exemplo, os exploradores têm a opção, mas não a obrigação de:

- avançar para a próxima etapa;
- adiar a exploração adicional se puderem agarrar-se à licença de exploração a baixo custo;
- *farm-out* (ceder) parte do projeto para um potencial conjunto interessado participante do empreendimento; ou
- abandonar o projeto.

Vamos considerar o exemplo de uma empresa de exploração que ofereceu a seguinte opção de farm-in(comprar parte do projeto):

- financiar compromissos estatutários de exploração no valor de \$ 30.000. Ela pode realizar uma exploração superficial e perfuração RAB por um ano;

- no final do ano 1, pagando \$ 0,5 milhão e garantindo financiamento de compromissos estatutários de despesas para os próximos dois anos, adquire o direito, mas não a obrigação, de perfurar e testar o projeto nos dois anos seguintes; e

- no final do terceiro ano, a empresa pode adquirir 100% do capital no projeto, pagando \$ 7 milhões, ou abandonar sem penalidade.

O projeto é o único ativo mantido por uma empresa júnior, que é livre de dívidas, tem pouco dinheiro no banco, e é capitalizada em \$ 5 M. Estima-se que a volatilidade média do retorno em investir em tal projeto único, de empresas de exploração júnior semelhantes, em condições previsíveis de mercado, é de 40%.

Seguindo o exemplo fornecido por Mun (2002, p 191), podemos gerar a rede dos possíveis valores de ativos, e a rede de opções de valor para as duas opções de componentes, conforme mostrado na Tabela 9. Por exemplo, a capitalização da empresa que detém o projeto e, portanto, o valor do projeto, pode variar entre \$ 16,6 milhões se o estado de alta ocorrer três vezes em sucessão e \$ 1,5 milhão se o estado em baixa ocorrer em três anos sucessivos. A taxa livre de risco aplicável é de 7%.

A estrutura binomial para a opção de componente de longo prazo deve ser construída primeiro, ou seja, o prazo de três anos, os 100% do estágio de aquisição, como se a exploração tivesse sido bem-sucedida, justificando a escolha final desta opção. O valor desta opção simples seria de \$ 1,0 milhão, como mostra a Tabela 9.

Em seguida, precisamos sobrepor-lhe a opção do prazo mais curto (um ano), ou seja, a opção de testar o projeto levando em consideração seu custo de implementação no final do ano 1, do pagamento de \$ 0,5 milhão mais \$ 60.000 em compromissos legais de despesas. Os valores dos ativos subjacentes à opção 1 são os valores da coluna do ano 1 da opção 2. Elas são revertidas para seu valor ROV presente, como de costume, usando a probabilidade livre de riscos e o fator de desconto.

Na Tabela 9, pode-se observar que o valor presente combinando a opção de farm-in de exploração mineral sequencial / composta é 0,7 milhão. O modelo permite a sensibilidade deste valor ROV ser testado em diferentes opções de pagamento e

volatilidade dos retornos e, portanto, pode auxiliar na condução de melhores negociações informadas⁷.

Tabela 9. Avaliação da opção sequencial / composta inerente a um contrato de entrada de exploração mineral.

Binomial lattice using the risk-free probability method				
Sequential two-stages three- and one-year options				
Três anos - opção 2				
Valor do ativo (\$)	5	Stepping-time (dt)		1
Custo de implementação (X2) (\$M)	7	Up-step size		1.492
Maturidade T2 (anos)	3	Down-step size		0.67
Taxa de risco zero (%)	7.00%	Probabilidade de risco neutro (p)		0.49
Dividendo (%)	0.00%			
Volatilidade (%)	40.00%			
Lattice steps para opção 2	3.00			
	Time 0	Step 1	Step 2	Step 3
	Valores de possíveis resultado de ativos subjacentes			
	5	7.5	11.1	16.6
		3.4	5	7.5
			2.2	3.4
				1.5
	Opção 2 desconsiderando a opção 1			
	1	2.2	4.6	9.6
		0.1	0.2	0.5
			0	0
				0
	Um ano - opção 1			
Custo de implementação (X1) (\$M)	0.56	opção 1		
Maturidade T1 (anos)	1	opção 2		
Lattice steps para opção 1	1			
	Os valores do primeiro ano da opção 2 são usados como ativos subjacentes para a opção 1, que são então revertidos para o seu valor presente ROV			
Sequential/compound ROV	0.7	1.6	4.6	9.6
		0	0.2	0.5
			0	0
				0
	Decisões			
	Abrir	Investir em 1	Abrir	Investir em 2
		Não investir	Abrir	Investir em 2
			Não investir	Não investir
				Não investi

⁷ No Apendice I isso é mostrado em detalhes.

Evaluation of the sequential/compound option inherent in a mineral exploration farm-in agreement.							
<i>Árvore Binomial da Opção de Expansão</i>							
Valor do Ativo (\$)		5	Tempo do Passo (dt)	ano			1
Custo da Implementação (\$)		7	Up (incremento)				1,4918
Maturidade (anos)		3	Down (decremento)				0,6703
Taxa livre de risco (ao ano) r=		7%	Probabilidade neutra ao risco (p)				0,4896
Dividendo	b=	0%	Fator de Desconto Contínuo	t=1 ano	=EXP(-rt)		0,9324
Volatilidade (ao ano)	sigma=	40%					
Passos da árvore		3					
Fator de Expansão		0%					
		Tempo 0	1	2	3		
		Certain	u	2u	3u		
			d	du	d2u		
				2d	2du		
					3d		
Value of possible outcomes FOR UNDERLYING ASSETS							
	OPEN	5	7,46	11,13	16,60		
	NPV		3,35	5,00	7,46		
				2,25	3,35		
					1,51		
Option2 value disregarding option1							
	OPTION2	1,050	2,20	4,60	9,60		
	INVEST2		0,10	0,21	0,46		
				0,00	0,00		
					0,00		
One-year option1							
Implementation Cost (X1) (\$M)		0,56	Option1				
Maturity T1 (years)		1	Option2				
Passos da árvore para opção 1		1					
First year values for option2 are used as underlying assets for option 1, which are then rolled back to their present values ROV]							
Sequential/Compound ROV							
	INVEST1	0,749	1,64	4,60	9,60		
			0,00	0,21	0,46		
				0,00	0,00		
					0,00		
Decisions							
	OPEN		INV 1	OPEN	INV 2		
			Don'T INV	OPEN	INV2		
				Don'T INV	Don'T INV		
					Don'T INV		
Evaluation of the sequential/compound option inherent in a mineral exploration farm-in agreement.							
ROV=							
		0,749					

O modelo também pode ser facilmente modificado para avaliar uma farm-in de risco, alterando sua aquisição de patrimônio atual de 100% para qualquer proporção mais baixa desejada de patrimônio no projeto.

3.11 CONSIDERAÇÕES ESTRATÉGICAS DE ROV

Reconhecer e estimar corretamente o valor das opções reais tem um valor estratégico significativo. Analistas do setor de petróleo foram os primeiros a reconhecer e tirar proveito dessas técnicas poderosas.

Lesley e Michaels (1997), por exemplo, descrevem como a *British Petroleum* (BP) fez uso significativo de ROV ao realizar uma racionalização de suas instalações de petróleo do Mar do Norte em tempos de preços relativamente baixos do petróleo. Suas avaliações de opções reais foram contra a renúncia a um número de licenças que eram subeconômicas na época, mas que, com a sabedoria da retrospectiva, provaram ser muito valiosas.

Smith e McCardle (1999) e Claeys e Walkup (1999) sugerem maneiras de reconhecer valores de opções em projetos de petróleo, enquanto Faiz (2001) discute possíveis abordagens para integrar ROV no planejamento estratégico e a estratégia de otimização de uma grande empresa de petróleo integrada.

Nos últimos anos, analistas de metais preciosos fizeram o uso sistemático de avaliações de opções reais para explicar o patrimônio prêmio sobre o preço das ações do ouro e do grupo das maiores empresas produtoras de metal (Morgan, 2005; Dinham, 2005).

A recente aplicação de Flores (2004) de redes binomiais e probabilidades livres de risco para estimar a valor dos projetos de exploração de ouro é de particular interesse.

Além dos corretores, houve relativamente poucas aplicações práticas de ROV para a exploração mineral e indústria de mineração, apesar do surgimento de vários artigos sobre o assunto. Isso pode não significar que tais estudos e aplicações não são realizadas na arena industrial, mas podem ser apenas o reflexo da natureza altamente proprietária e confidencial desses estudos.

Como diz o ditado, "minas não são encontradas, elas são feitas". Muitas minas de sucesso foram desenvolvidas nas cinzas de tentativas frustradas anteriores. O principal desafio está em reconhecer as opções reais inerentes a um projeto que os proprietários atuais não conseguiram identificar.

Invariavelmente, as expectativas de preço na mente dos proprietários frustrados de projetos avessos ao risco, que são subeconômicos a preços atuais, tendem a ser baixos. Isso gera oportunidades realistas de aquisição e agregação de valor através de design mais criativo e flexível, aplicação de tecnologia emergente e financiamento inovador.

Embora a metodologia ROV seja geralmente complexa e as habilidades relevantes escassas ou proprietárias, nesta fase, o custo de executar um modelo de avaliação de ROV é relativamente baixo comparado à alavancagem significativa em termos de valor adicionado.

Também é falacioso considerar que o ROV é o domínio exclusivo de analistas financeiros. O valor é agregado principalmente pelo reconhecimento das possíveis opções reais em um projeto, que em geral depende de boas habilidades analíticas geológicas e de engenharia de minas e metalúrgica.

Além disso, inicialmente, não há necessidade de construir um modelo extraordinariamente complexo, como uma indicação inicial de se pode haver ROV e sua ordem de magnitude possa ser obtida com um modelo simplificado, desde que sua estrutura seja sólida.

Finalmente, mesmo no desenvolvimento de novos recursos minerais, um grau de conhecimento da metodologia ROV por parte dos engenheiros de design levará a mais flexibilidade e, portanto, projetos mais robustos, capazes de suportar melhor alguns dos tempos difíceis que inevitavelmente qualquer operação de mineração atravessará em sua vida.

A vantagem estratégica de se dominar o ROV será, na opinião do autor, melhor reconhecida em breve pelos operadores astutos em indústria de mineração, moldando suas aquisições e estratégias de alienação.

Mais um desafio significativo nas avaliações de opções reais frequentemente surge da resistência por parte da administração em aceitar o resultado das análises de ROV se elas não tiverem um grau de familiaridade com esta metodologia. Na ausência de algum entendimento, fica muito difícil para o analista explicar a metodologia e comunicar os resultados em uma linguagem simples, frequentemente sob severas restrições de tempo. Parece provável que problemas de comunicação podem ter sido a principal causa da taxa de aceitação relativamente baixa até agora dessa maneira poderosa e mais realista de avaliar projetos de mineração. Muito pode e deve ser feito para desmistificar o assunto e aumentar a compreensão e aceitação. Espera-se que este artigo possa facilitar esse processo.

3.12 CONCLUSÕES

Em resumo, pode-se concluir que:

1. A análise do fluxo de caixa descontado (DCF) continuará a fornecer critérios de tomada de decisão válidos se um projeto tiver baixa volatilidade esperada do fluxo de caixa e baixa flexibilidade da administração.

2. Decisões de investimento baseadas na maximização do risco neutro de valores monetários esperados (EMV) não são realistas na maioria das circunstâncias, e a maior conscientização e uso devem ser critérios de investimento avessos ao risco, com base nos valores de preferência esperados ou equivalentes de certeza (Cx).

3. A análise do DCF pode introduzir viés e, às vezes, severa distorção, principalmente na avaliação financeira de projetos secundários baseados em commodities muito voláteis em relação aos preços. As razões para isso são muitas, e incluem a aplicação de uma única taxa de desconto ajustada pelo risco e pelo tempo:

- a. comparar projetos com características de riscos inerentemente muito diferentes ; e

- b. simultaneamente à receita de um projeto, que é geralmente sujeita a um risco considerável de preços além do controle gerencial, e para funções de custo menos arriscadas e mais controláveis.

4. A análise determinística do DCF não captura o valor de flexibilidade gerencial para ajustar suas decisões e ações conforme novas informações introduzem a incerteza progressivamente durante o desdobramento do projeto. A flexibilidade gerencial tem todas as características de uma opção real para executar ações benéficas para a empresa com a sabedoria da retrospectiva e evitar resultados negativos .

5. Os métodos para avaliação de derivativos financeiros podem ser efetivamente adaptados à avaliação de "opções reais" inerentes ou deliberadamente planejados em projetos com recursos arriscados.

6. Um modelo determinístico de DCF / NPV do projeto (ativo) subjacente a uma opção real pode ser usada para contornar a falta de negociações frequentes no projeto e derivar a volatilidade de seus fluxos de caixa como os principais insumos necessários para construir o modelo de opção do projeto.

7. Dos vários métodos para avaliar opções reais, o uso de redes binomiais, resolvidas usando probabilidades "sem risco" ou "preços de estado" é geralmente o mais amigável e versátil. Um modelo de rede binomial ignora muitas das suposições e limitações irreais inerentes ao uso de equações de forma fechada (por exemplo a fórmula Black- Scholes) para derivar um ROV do projeto, bem como a complexidade matemática do cálculo estocástico e / ou modelos baseados em equações diferenciais parciais.

8. Comunicar a metodologia e os resultados de uma análise de ROV em linguagem simples e de forma persuasiva para tomadores de decisão desconhecidos é um grande desafio e provavelmente uma das principais causas da taxa relativamente baixa de introdução e aceitação dessa ferramenta analítica na prática cotidiana no setor de exploração mineral e mineração.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Via de regra, este trabalho conseguiu replicar com excelência os resultados e análises propostos pela publicação original. Ademais, conseguiu-se replicar os resultados com um grau de precisão maior, e algumas oportunidades encontrou-se divergências em relações aos resultados da publicação original. Nessas ocasiões, corrigiu-se os erros, que foram assinalados por meio de notas de rodapé. Alguns passos intermediários, omitidos pelo autor, foram elaborados para melhor entendimento dos leitores, tendo em vista o caráter didático deste trabalho. Por vezes, o autor não é suficientemente didático, sendo assim no presente trabalho optou-se por descrever os passos de forma mais sucinta, apresentação de formulas intermediárias além de gráficos e tabelas adicionais.

Tais reproduções só foram possíveis, com o uso das funcionais ferramentas de software Excel e seus respectivos add-ins @Risk e @Precision Tree. Os mesmos facilitaram bastante a modelagem e, uma vez obtidos os resultados determinísticos, a planilha foi potencializada, o que permitiu inúmeras análises adicionais, descortinando novos recursos, enriquecendo a análise.

Este trabalho vem a calhar, mediante a latente escassez de publicações acerca desta temática, e infelizmente, encontra-se ainda distante dos geocientistas formados no Brasil. Há uma evidente carência de publicações de análises de decisões envolvendo risco, aplicado na viabilidade econômica de investimentos em exploração e produção mineral na língua portuguesa.

Essa lacuna na formação dos geólogos, portanto dificulta a inserção desses profissionais em áreas de tomadas de decisão, análises de investimento em projetos, onde a meu ver, perante a formação analítica e técnica dos geólogos, poderiam preencher também esse papel no mercado de trabalho, caso tivessem uma formação mais completa.

Outra lacuna, que se faz muito útil na análise de risco de projetos minerais, é o conhecimento de softwares e domínio de linguagens de programação, também muito pouco abordado durante a educação dos geocientistas, que apresentam forte resistência de aceitação no tema.

Diante do exposto, este TCC ficará como contribuição ao meio acadêmico geocientífico, na tentativa de preencher ao menos parcialmente, estas lacunas. Foram produzidos resultados que extrapolaram os publicados, de maneira a mostrar o conteúdo de forma mais didática, que mostraram total analogia com os mesmos.

5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CRUZEIRO FILHO, Carlos Estevão Banal. Avaliação de projetos minerais: a introdução do livro *Australian mineral economics* à comunidade geológica brasileira. 2017.
- MOTTA, Regis Da Rocha; CALOBA, Guilherme Marques. *Análise de investimentos: Tomada de decisão em projetos industriais*. 1 ed.: Atlas, 2009
- GUJ, Pietro; MAXWELL, Philip. Monograph 24: *Australian Mineral Economics*. 1 ed. Australia: AusIMM, 2006. 99-112 p.
- NETO, Lauro de Araújo Silva, Derivativos, Editora Atlas, 1998, pág. 81

6 REFERÊNCIAS DO CAP. 12 DO LIVRO *AUSTRALIAN MINERAL ECONOMICS*

- Baker, M P, Mayfield, E S and Parson, J E, 1998. Alternative models of uncertain commodity prices for use with modern asset pricing methods, *The Energy Journal*, 19(1):115-148.
- Benninga, S Z, 2000. *Financial Modelling*, second edition (The MIT Press: Cambridge).
- Bradley, P G, 1998. On the use of MAP for comparing alternative royalty systems for petroleum development projects, *The Energy Journal*, 19(1):47-82.
- Brennan, M and Schwartz, E, 1985. Evaluating natural resources investment, *Journal of Business*, 58(2):135-157.
- Burn, R G, 1984. Exploration risk, *CIM Bulletin*, October, pp 55-61.
- Claeys, J and Walkup, G, 1999. Discovering real options in oilfield exploration and development, in *Proceedings SPE Hydrocarbon Economics and Evaluation Symposium* (Society of Petroleum Engineers: Dallas).
- Copeland, T and Antikarov, V, 2003. *Real Options* (Texere LLC: New York).
- Copeland, T and Keenan, P T, 1998. How much is flexibility worth? *The McKinsey Quarterly*, 2:38-49.
- Cortazar, G and Casassus, J, 1998. Optimal timing of a mine expansion: Implementing a real option model, *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 38:755-769.
- Dias, M A G, 2002. Stochastic processes with focus in petroleum applications [online]. Available from: <<http://www.puc-rio.br/marco.ind/stochast.html>>. Date accessed 8 May 2006.
- Dinham, N, 2005. Platinum sector: new valuation method, Andisa Securities, 22 April 2005.

- Dixit, A K and Pindyck, R S, 1995. The options approach to capital investment, *Harvard Business Review*, 73(3):105-115.
- Etheridge, M and Uttley, P, 2003. Uncertainty, decision-making and value measurement – The fundamentals of the business of exploration, presented at Risk Analysis and Management in Mineral Exploration and Development Seminar, November (The Australian Institute of Geoscientists: Perth).
- Faiz, S, 2001. Real-options application: from successes in asset valuation to challenges for an enterprisewide approach, *Journal of Petroleum Technology*, 53(1):42-47. Available from: http://www.spe.org/elibinfo/eJournal_Papers/spe/2001/JPT/01/00068243/00068243.htm Date accessed: 8 May 2006.
- Flores, V, 2004. Standing on a gold mine? *HSBC Global Research, Precious Metals*, December 2004.
- Hayward, N, 2003. Risk behaviours and intuition traps, presented at Risk Analysis and Management in Mineral Exploration and Development Seminar, November (The Australian Institute of Geoscientists: Perth).
- JORC, 2004. Australasian Code for Reporting of Mineral Resources and Ore Reserves (The JORC Code), The Joint Ore Reserves Committee of The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Australian Institute of Geoscientists and Minerals Council of Australia. [Online]. Available from: <http://www.ausimm.com/codes/jorc0105.pdf>. Date accessed: 8 May 2006.
- Laughton, D G, 1998. The potential for use of the modern asset pricing methods for upstream petroleum project evaluation: introductory remarks, *The Energy Journal*, 19(1):1-11.
- Lawrence, R D, 2001. Should discounted cash flow projections for the determination of fair market value be based solely on proven and probable reserves? *Mining Engineering*, 53(4):51-56.
- Lesley, K J and Michaels, M P, 1997. The real power of real options, *The McKinsey Quarterly*, 3:4-24.
- Lord, D, Etheridge, M and Uttley, P, 2003. Risk and value in mineral exploration – Case studies on the application of risk analysis, presented at Risk Analysis and Management in Mineral Exploration and Development Seminar, November (The Australian Institute of Geoscientists: Perth).
- Morgan, J P, 2005. South African gold and platinum sector update, *African Equity Research*, 10 May 2005.
- Mun, J, 2002. *Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions* (John Wiley: Hoboken).

- Peirson, G, Brown, R, Easton, S and Howard, P, 2002. *Business Finance*, eighth edition (McGraw-Hill Irwin: New York).
- Poulin, R, Samis, M R and Laughton, D G, 2001. Valuing a multi-zone mine as a real asset portfolio: a modern asset pricing (real option) approach, *Corporate Finance Abstracts: Valuation, Capital Budgeting and Investment Policy Working Paper Series*, pp 4-29.
- Salahor, G, 1998. Implications of output price risk and operating leverage for the evaluation of petroleum development projects, *The Energy Journal*, 19(1):13-46.
- Samis, M R, 1995. An option pricing analysis of the 1990 capital structure of the East Rand proprietary mine, in *Proceedings CAMI 95 – Third Canadian Conference on Computer Applications in the Mineral Industry*, (ed: H S Mitri) (McGill University Press: Montreal).
- Samis, M R, 2002. Resources sector finance 602, 2002 course notes (Western Australian School of Mines: Kalgoorlie).
- Schodde, R, 2005. Personal communication.
- Slade, M E, 2001. Valuing managerial flexibility: an application of real option theory to mining investments, *Journal of Environmental Economics and Management*, 41:193-233.
- Smith, J and McCardle, K, 1999. Options in the real world: lessons learned in evaluating oil and gas investments, *Operations Research*, 47:1-15.
- VALMIN, 2005. Code for the Technical Assessment and Valuation of Mineral and Petroleum Assets and Securities for Independent Expert Reports (The VALMIN Code), The VALMIN Committee, a joint committee of The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, the Australian Institute of Geoscientists and the Mineral Industry Consultants Association (The Australasian Institute of Mining and Metallurgy). [Online]. Available from: <http://www.ausimm.com/codes/valmin_2005.pdf>. Date accessed: 8 May 2006.

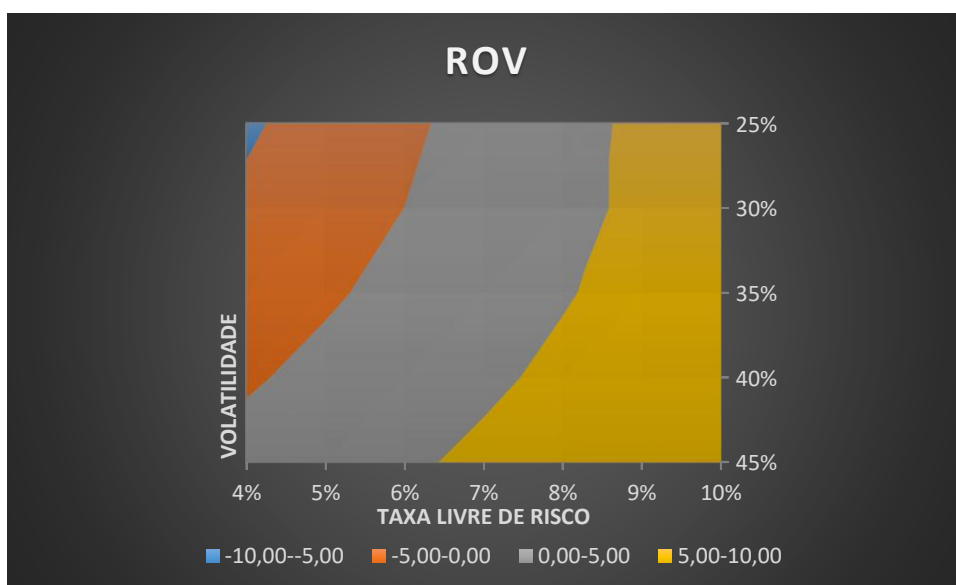
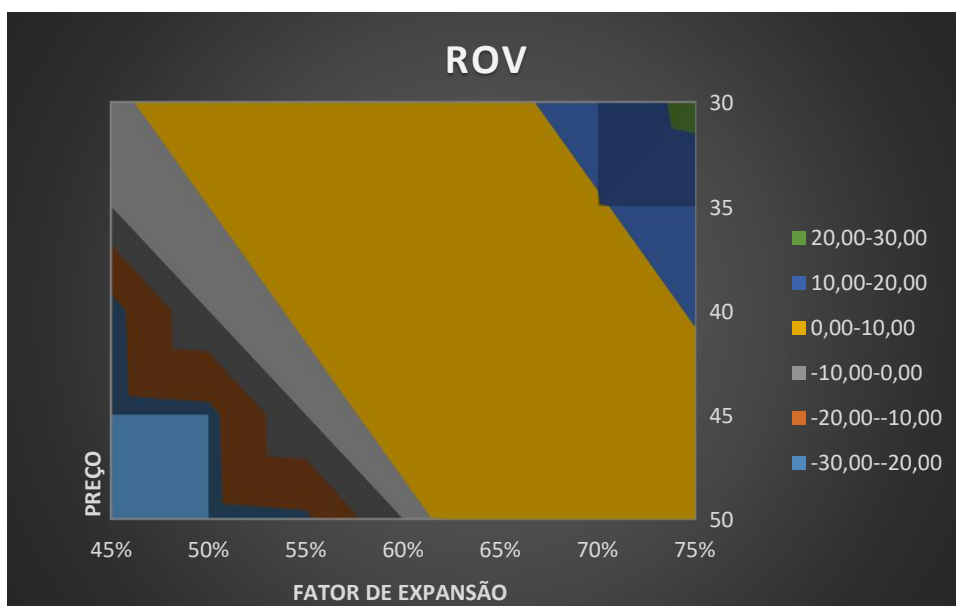
7 APÊNDICE I – ALÉM DO CAPÍTULO 12 (AUSTRALIAN MINERALS ECONOMIC)

7.1 ANÁLISES DE SENSIBILIDADE

Esta primeira análise de sensibilidade do ROV da Tabela 6 deste TCC (correspondente à Tabela 12.4 do texto do Pietro Guj), é a chamada *cœteris paribus*, isto é, cada par de variáveis assume determinados valores, as demais permanecendo constantes, em seus valores básicos.

Tabela 10. Análise de sensibilidade *cœteris paribus*

Preço	Fator Expansão						
	45%	50%	55%	60%	65%	70%	75%
30	-0,58	1,85	4,29	6,72	9,15	11,59	23,40
35	-2,44	-0,01	2,43	4,86	7,29	9,73	12,16
40	-23,19	-1,87	0,57	3,00	5,43	7,87	10,30
45	-23,92	-22,45	-1,29	1,14	3,57	6,01	8,44
50	-24,65	-23,18	-21,71	-0,72	1,71	4,15	6,58
Volatilidade	Taxa Livre de Risco						
	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
25%	-5,63	-3,16	-0,77	1,51	3,69	5,76	7,71
30%	-4,18	-2,05	0,01	2,01	3,92	5,76	7,52
35%	-2,42	-0,56	1,25	3,00	4,70	6,33	7,91
40%	-0,50	1,15	2,75	4,30	5,81	7,27	8,68
45%	1,51	2,98	4,40	5,79	7,13	8,44	9,70
Preço	Valor do Ativo (\$)						
	45	50	55	60	65	70	75
30	2,25	3,74	5,23	6,72	8,21	9,70	22,83
35	0,39	1,88	3,37	4,86	6,35	7,84	9,33
40	-15,54	0,02	1,51	3,00	4,49	5,98	7,47
45	-16,27	-17,35	-0,35	1,14	2,63	4,12	5,61
50	-17,00	-18,08	-19,16	-0,72	0,77	2,26	3,75



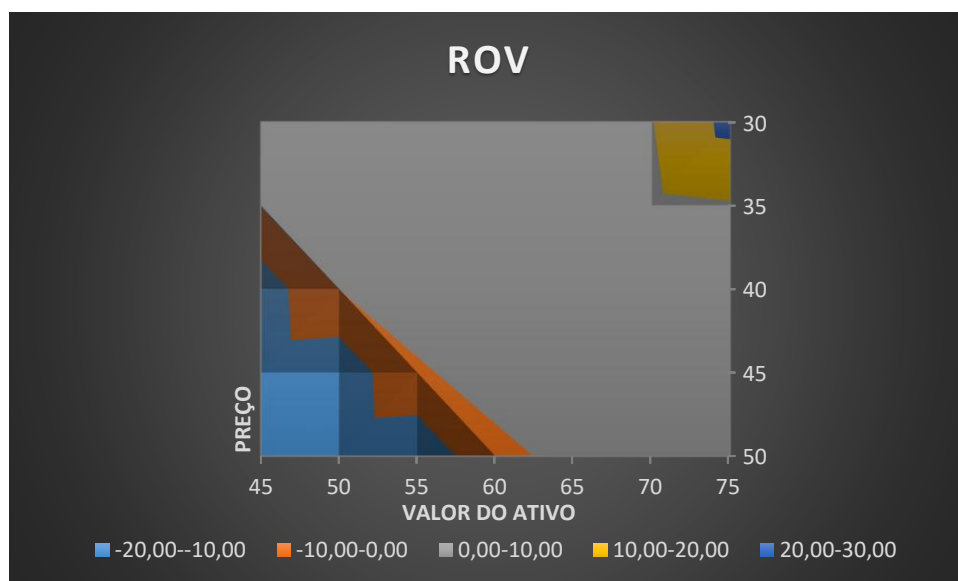


Figura 22. Análises de Sensibilidade ROV – A) Preço vs Valor de Expansão; B) Volatilidade vs Taxa livre de risco; C) Preço vs Valor do Ativo

Outro tipo de análise de sensibilidade mais avançada, com o software @Risk, probabilizou as variáveis da tabela 5, usando curvas normais, a fim de demonstrar o impacto de cada variável sobre o ROV e cotejando essa influência com a teoria das opções (Figura 23, Figura 24).

Efeitos sobre o Valor da Opção		
Aumento do Fator	Efeito sobre o valor da	
	opção de compra	opção de venda
Preço da ação	↑	↓
Preço de exercício	↓	↑
Prazo de vencimento	↑	↑
Volatilidade do preço da ação	↑	↑
Taxa de juros livre de risco	↑	↓
Dividendos pagos	↓	↑

Figura 23. Efeitos sobre o valor da opção

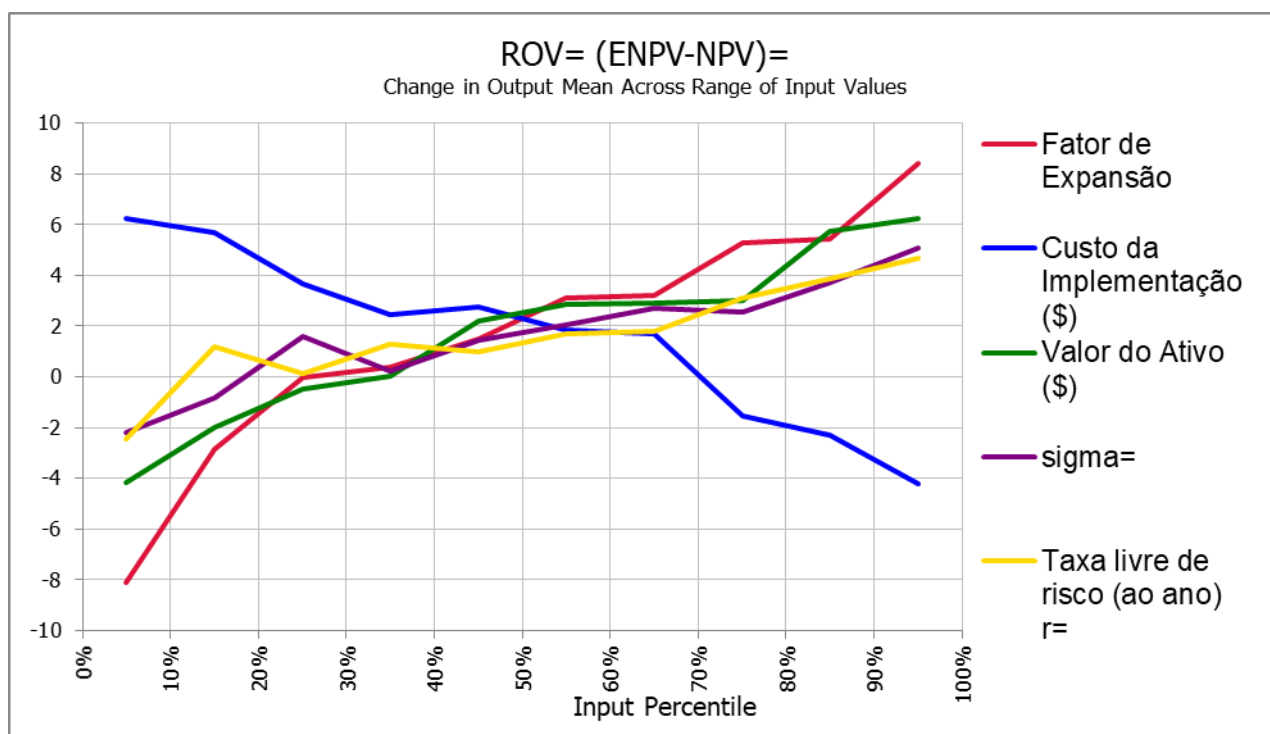
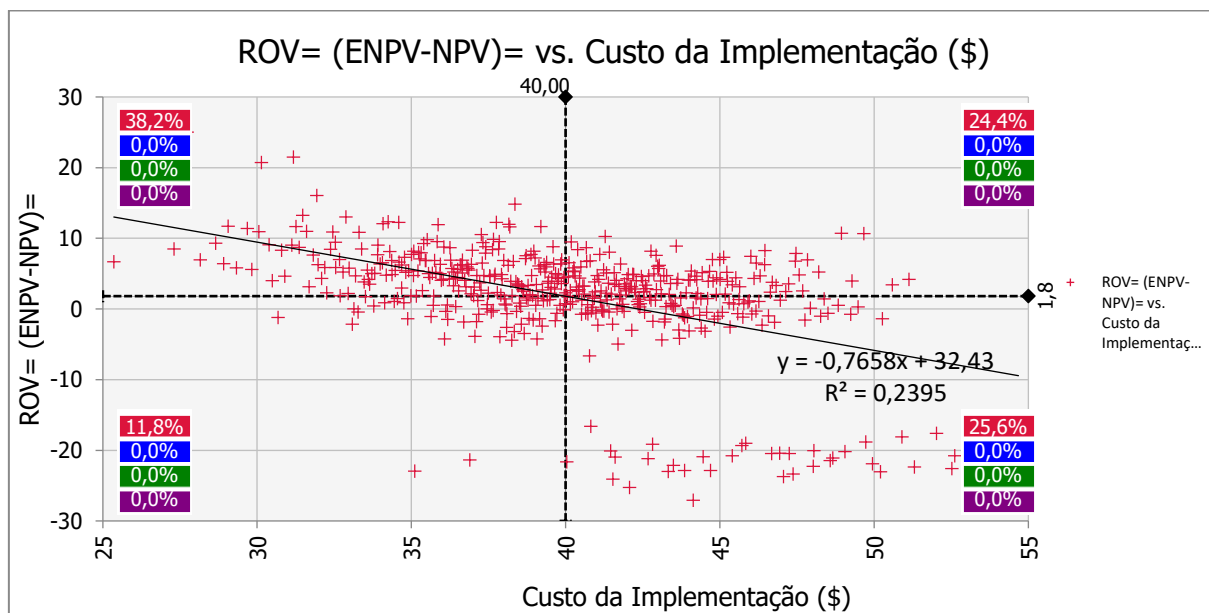
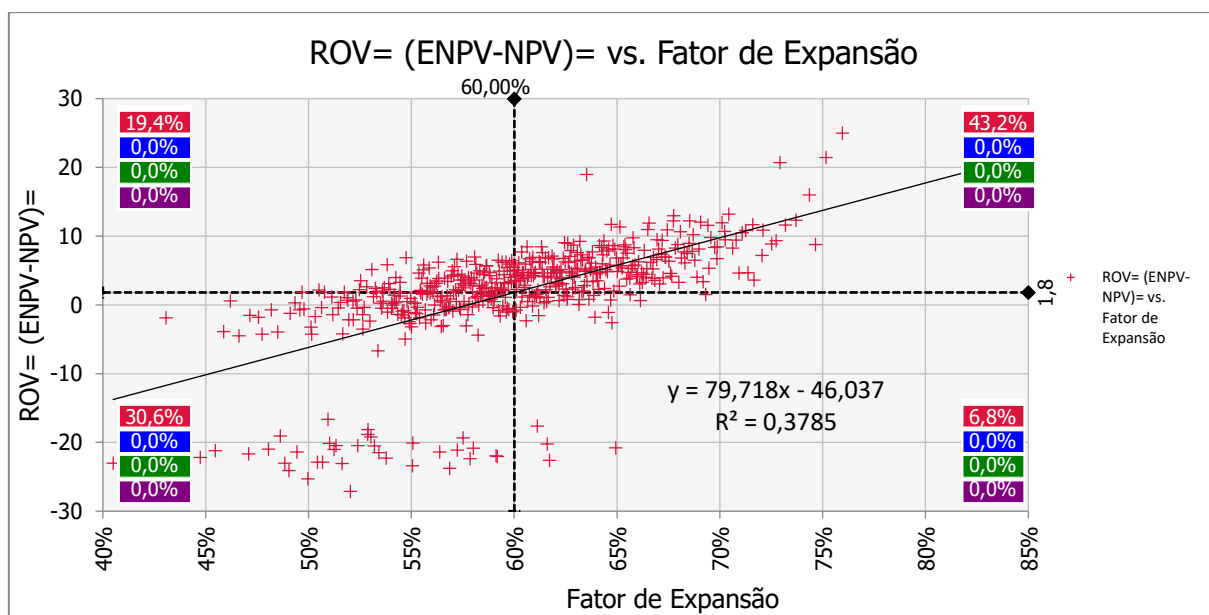
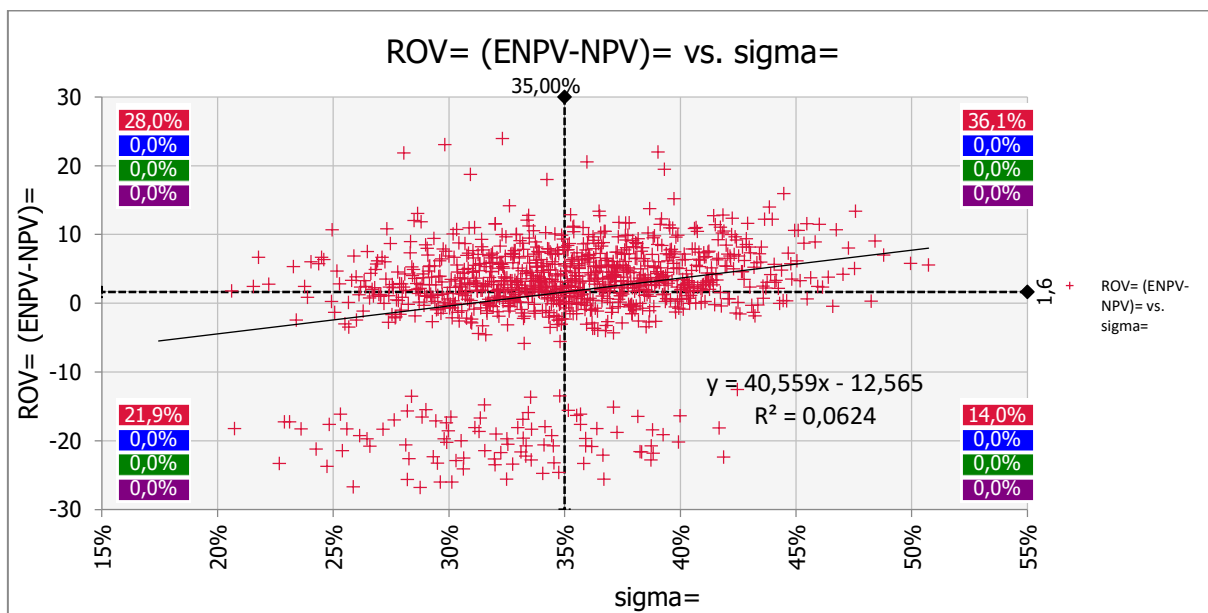
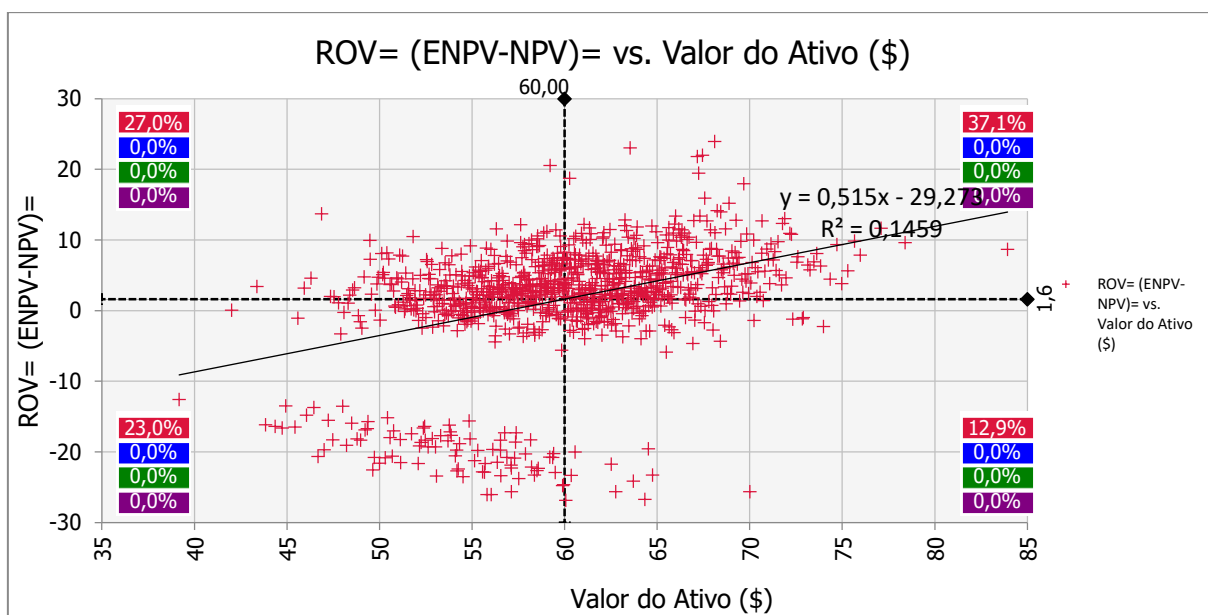


Figura 24. Variação dos parâmetros (ROV)

A única variável que tem efeito negativo sobre o ROV, mostrado pela linha azul, com inclinação negativa, é o Preço de Exercício (no caso, Custo da Implementação). No gráfico, a volatilidade é representada pelo sigma.

Na Figura 25, abaixo, aparecem claramente as aleatoriedades das variáveis, representadas por uma nuvem de pontos. Ressalte-se que a fórmula de *Black and Scholes* apenas produz resultados positivos ou nulos, enquanto esta abordagem pode levar a valores negativos, também.





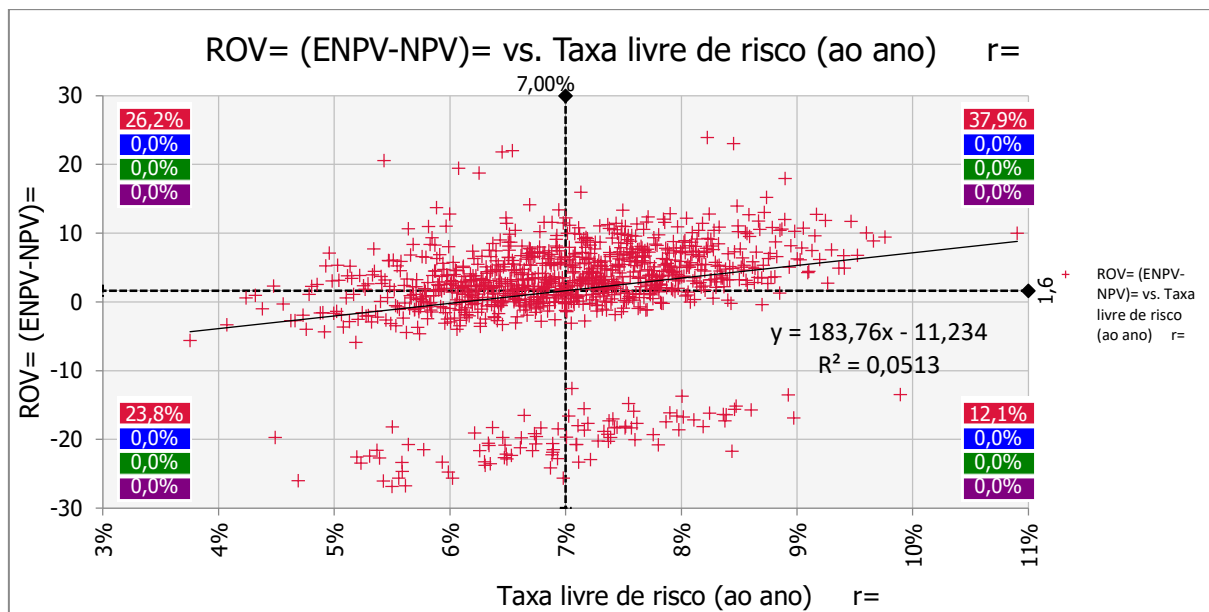
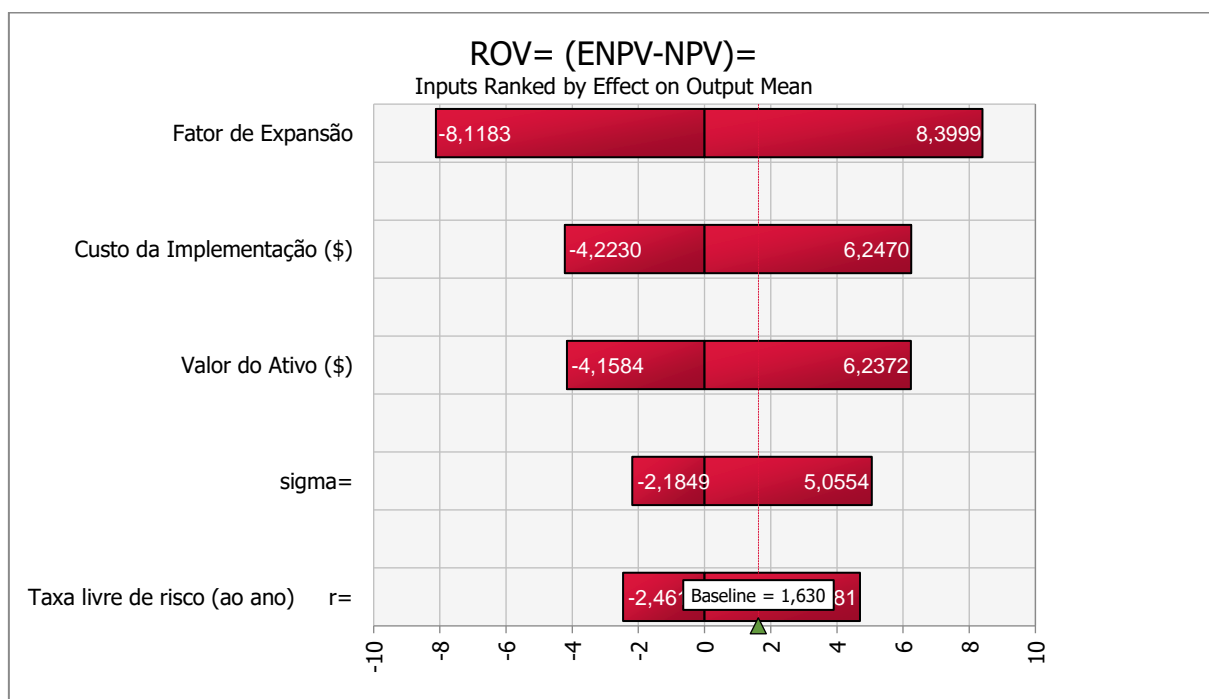


Figura 25. Aleatoriedades das variáveis que interferem no ROV (Black-Scholes)

Gráficos de Tornado (Figura 26) também mostram a influência relativa das variáveis que influenciam a ROV, cujo valor médio é 3 M\$ A.



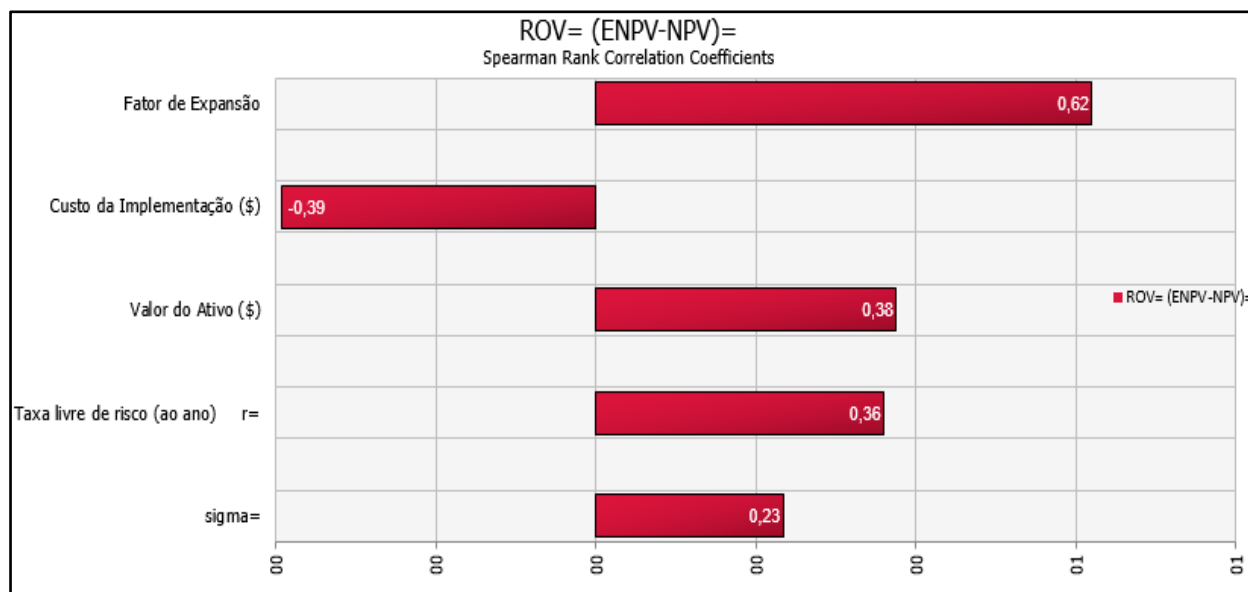


Figura 26. Gráficos de Tornado mostra o nível de sensibilidade de cada variável sobre o ROV – Rankeados por: A) Efeitos na média de saída ; B) Coeficiente de correlação de Spearman

Tabela 11. Análise de Sensibilidade ROV em relação às demais variáveis (Tabela 9)

Volatilidade	Taxa Livre de Risco						
	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
30%	0,30	0,33	0,37	0,41	0,45	0,49	0,54
35%	0,44	0,48	0,52	0,56	0,60	0,64	0,69
40%	0,63	0,67	0,71	0,75	0,79	0,83	0,88
45%	0,81	0,85	0,89	0,93	0,97	1,01	1,06
50%	0,99	1,03	1,07	1,11	1,15	1,19	1,23
Custo da Implementação	Valor do Ativo						
	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5
5	0,42	0,72	1,03	1,34	1,64	1,95	2,25
6	0,28	0,44	0,74	1,04	1,35	1,65	1,96
7	0,18	0,34	0,50	0,75	1,05	1,36	1,67
8	0,09	0,25	0,40	0,56	0,76	1,07	1,37
9	0,00	0,15	0,31	0,47	0,63	0,78	1,08

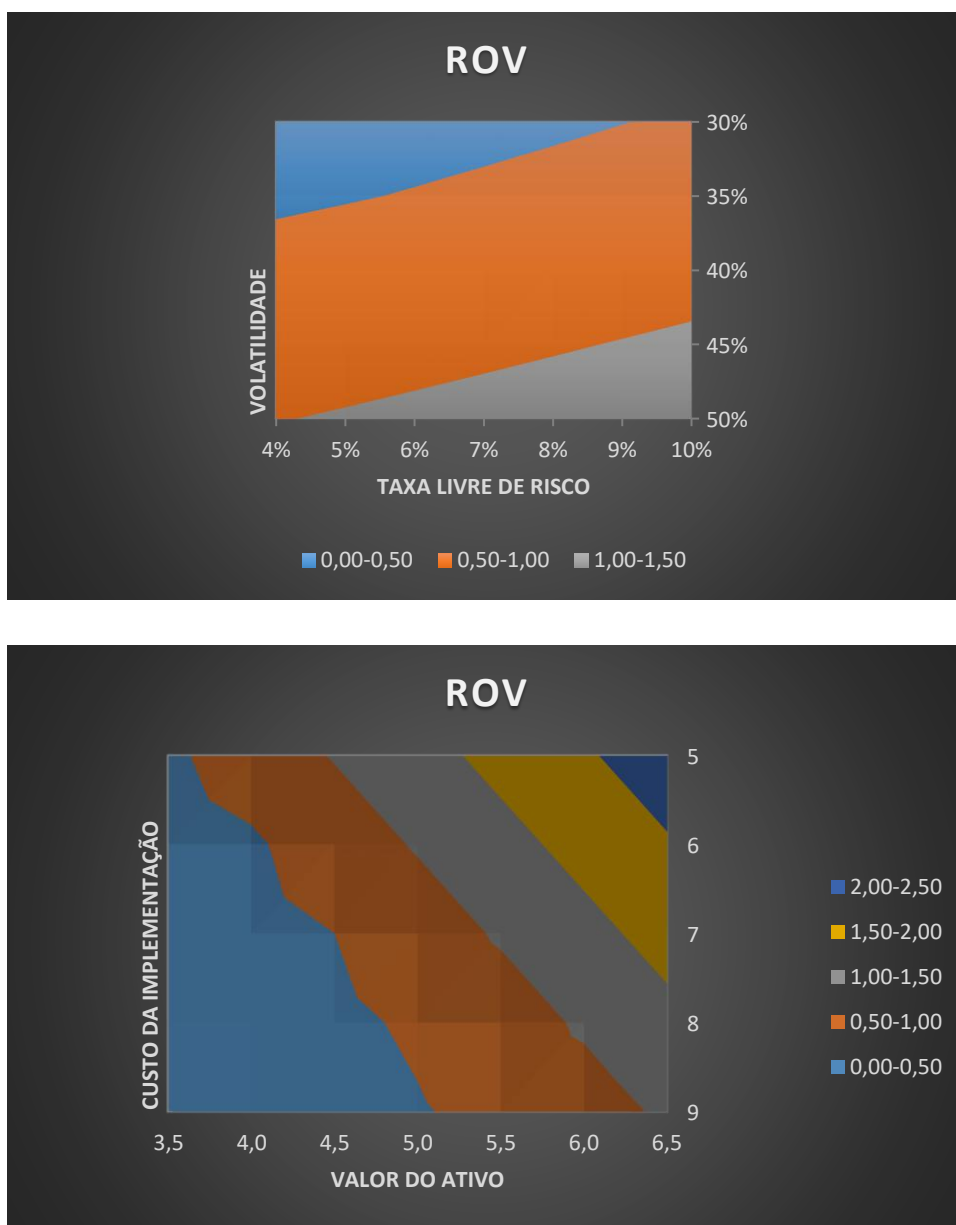


Figura 27. Análises de Sensibilidade ROV – A) Volatilidade vs Taxa livre de risco; B) Custo de implementação vs Valor do Ativo

7.2 SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO DA PRECIFICAÇÃO DE UMA OPÇÃO DE COMPRA (GUJ FEZ POR BLACK & SCHOLES)

Tabela 4. Cálculo do valor da opção real de Sally Malay usando a Fórmula de Black e Scholes.

C = Valor da opção real (Value of real option - ROV) (milhões A\$)	21.33
d1	0.8578
d2	-0.104
S = valor á vista = valor presente (PV) dos fluxos de caixa (CF) operacionais líquidos após impostos (milhões A\$)	43.94
X = preço de exercício = PV dos investimentos de capital (milhões A\$)	53
t = Tempo de vencimento (anos)	11
σ = Volatilidade do CF	0.29
δ = Rendimento de conveniência	0
Porcentagem dos juros livres de risco	0.05
ENPV = NPV aprimorado = NPV + ROV (milhões A\$)	12.27

Tabela 12. Reprodução do cálculo da opção real utilizando Black & Scholes

Solução					
Dados:					
PREÇO			S	43,94	S
PREÇO DE EXERCÍCIO			X	53,00	X
TAXA DE JUROS RISK-FREE			r	5,00%	i
TEMPO (ANOS)			t	11	t
Volatilidade do Preço da Ação				29%	sigma
VARIÂNCIA			sigma2	8%	
FORMULA DE BLACK & SCHOLES					
Valor da CALL = C = S . N(d1) - X . EXP(-r .t) .N(d2)					
d1 =(ln(S/X)+r.t+sigma2.t/2)/(sigma.sqrt(t))					
d2 = sigma.sqrt(t) - d1					
d2 =(ln(S/X)+r.t-sigma2.t/2)/(sigma.sqrt(t))					
N(d1)-Área da Normal (0,1) de -infinito a d1					

Cálculos Diretos:		Cálculos Auxiliares:	
d1	0,857834	$\ln(S/X)$	-0,18746685
d2	-0,103987	$r \cdot t$	0,55
N(d1)	0,804508	$\sigma \cdot \sigma$	8%
N(d2)	0,458590	$t/2$	5,5
V(CALL)	21,3272	$\sigma^2 \cdot t/2$	0,46255
		σ	29%
		$\sigma \cdot (t^{1/2})$	0,96182119
		$d1 - \sigma \cdot (t^{1/2})$	-0,10398694

Vamos agora, usando os mesmos dados de entrada, fazer a Simulação de Monte Carlo, inicialmente levando até o último período (11º. Ano) o valor do ativo, avançando a cada período com uma valorização aleatória, segundo uma distribuição de probabilidade NORMAL, $z(5\%;29\%)$, cuja média será 5% ao ano (taxa livre de risco) e cujo desvio-padrão, ou volatilidade será 29% ao ano.

A cada ano, o valor do Ativo será igual ao valor do ano anterior, vezes um mais a valorização percentual ao ano: $S_{t+1} = S_t \cdot (1+z)$.

Isso será mostrado de duas maneiras: numa Tabela EXCEL+@RISK e Graficamente.

OUT-OF-THE-MONEY, quando, ao cabo dos 11 anos, o valor do ativo está abaixo do preço de exercício, não vale a pena exercer a opção de compra, e a opção vale ZERO, ou VIRA PÓ, como se diz. Spot Price = 44,82 < 53,00 = Strike Price.

Tabela 13. Simulação de Monte Carlo do valor do ativo, ano a ano. Z (5%;29%), média de 5% ao ano (taxa livre de risco) e desvpad de 29% ao ano (Posição *Out-the-money*)

Std Normal N(0,1)	Random Disturbance	Change in Price	Spot Price	Strike Price			
0,00	0,050	2,197	43,94	53	Cresce $z(5\%;29\%)$ ao ano;		
0,12	0,084	3,860	46,14	53	Desconta $k=5\%$ ao ano		
-1,19	-0,294	-14,690	50,00	53			
-0,38	-0,061	-2,140	35,31	53			
-0,30	-0,037	-1,221	33,17	53			
-0,18	-0,002	-0,055	31,94	53			
0,81	0,286	9,130	31,89	53			
0,14	0,092	3,755	41,02	53			
-0,91	-0,213	-9,552	44,77	53			
-0,48	-0,090	-3,175	35,22	53			
-0,96	-0,229	-7,330	32,05	53			
			24,72	53	24,72		
0,00 Máximo (0, [Preço no strike - strike] descontado por juro contínuo)							

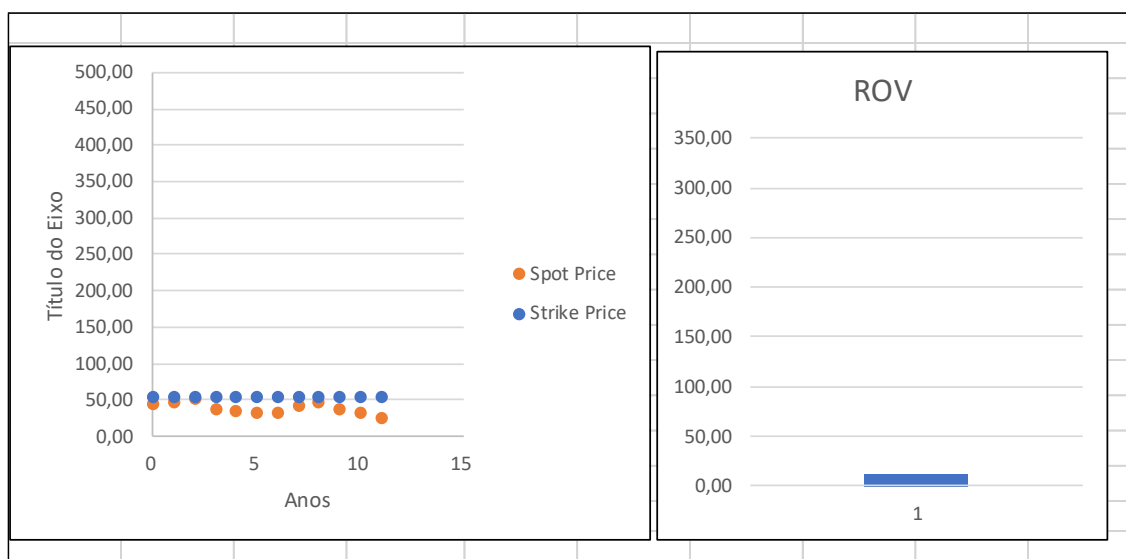


Figura 28. Gráfico representativo da posição “Out-of-the-money”

IN-THE-MONEY, isto é, a opção tem valor positivo. A diferença entre o Spot price ao fim do 11º. Ano e o Strike Price é trazida a valor presente através da Matemática Financeira dos juros contínuos:

Note Bem: só se Spot > Strike

$$ROV_0 = (\text{Spot Price}_{11} - \text{Strike Price})_{11} \cdot \exp(-11 \cdot r)$$

Tabela 14. Simulação de Monte Carlo do valor do ativo, ano a ano. Z (5%;29%), média de 5% ao ano (taxa livre de risco) e desvpad de 29% ao ano (Posição *In-the-money*)

Std Normal N(0,1)	Random Disturbance	Change in Price	Spot Price	Strike Price				
0,00	0,050	2,197	43,94	53	Cresce z(5%;29%)ao ano;			
-0,02	0,045	2,075	46,14	53	Desconta k=5% ao ano			
0,45	0,181	8,719	48,21	53				
0,04	0,062	3,539	56,93	53				
-0,54	-0,107	-6,461	60,47	53				
-0,19	-0,005	-0,266	54,01	53				
0,43	0,173	9,314	53,74	53				
1,34	0,438	27,648	63,06	53				
0,80	0,282	25,564	90,70	53				
-0,15	0,006	0,671	116,27	53				
-0,73	-0,161	-18,843	116,94	53				
			98,10	53	98,10			
26,02 Máximo (0, [Preço no strike - strike] descontado por juro contínuo)								

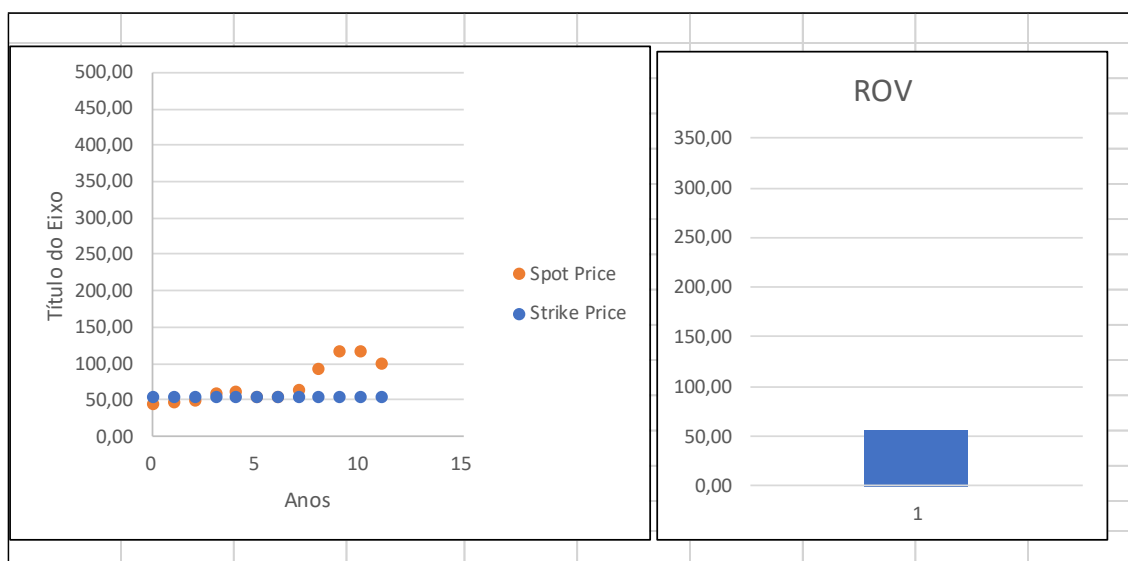


Figura 29. Gráfico representativo da posição “*In-of-the-money*”

DEEP IN-THE-MONEY: quando o valor da opção assume valores positivos extremos. Isso poderá acontecer quando a *commodity* mineral tiver uma grande valorização, por exemplo.

Tabela 15. Simulação de Monte Carlo do valor do ativo, ano a ano. Z (5%;29%), média de 5% ao ano (taxa livre de risco) e desvpad de 29% ao ano (Posição *Deep-the-money*)

Std Normal N(0,1)	Random Disturbance	Change in Price	Spot Price	Strike Price				
0,00	0,050	2,197	43,94	53	Cresce z(5%;29%)ao ano;			
-0,17	-0,001	-0,025	46,14	53	Desconta k=5% ao ano			
0,85	0,298	13,724	46,11	53				
-0,95	-0,226	-13,527	59,84	53				
0,07	0,069	3,192	46,31	53				
1,31	0,429	21,235	49,50	53				
-0,14	0,010	0,681	70,74	53				
1,24	0,409	29,233	71,42	53				
0,64	0,235	23,618	100,65	53				
2,25	0,703	87,368	124,27	53				
0,82	0,289	61,162	211,63	53				
			272,80	53	272,80			
126,81 Máximo (0, [Preço no strike - strike] descontado por juro contínuo)								

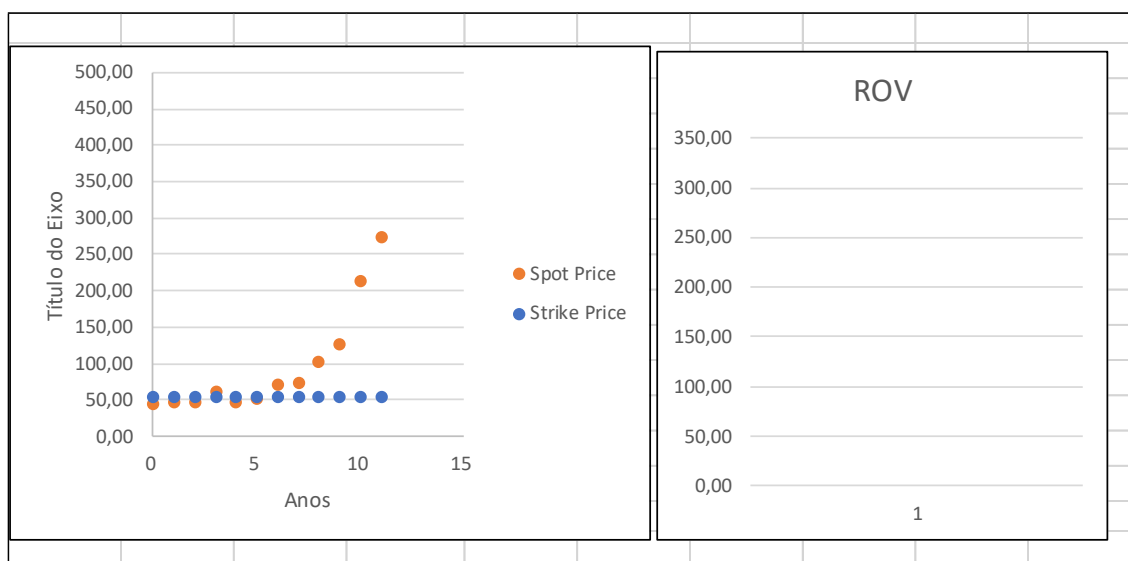


Figura 30. Gráfico representativo da posição “Deep-of-the-money”

Ao cabo de uma corrida de simulação com milhares de iterações, todos os casos possíveis terão ocorrido, resultando na densidade de probabilidade para o ROV mostrada a seguir. O prisma de maior frequência, sobre o ZERO, representa os casos em que a opção de compra virou pó – não foi exercida. A média para 2000 iterações, 20,62, é uma aproximação razoável do valor teórico calculado por Black & Scholes mais acima, de 21,32.

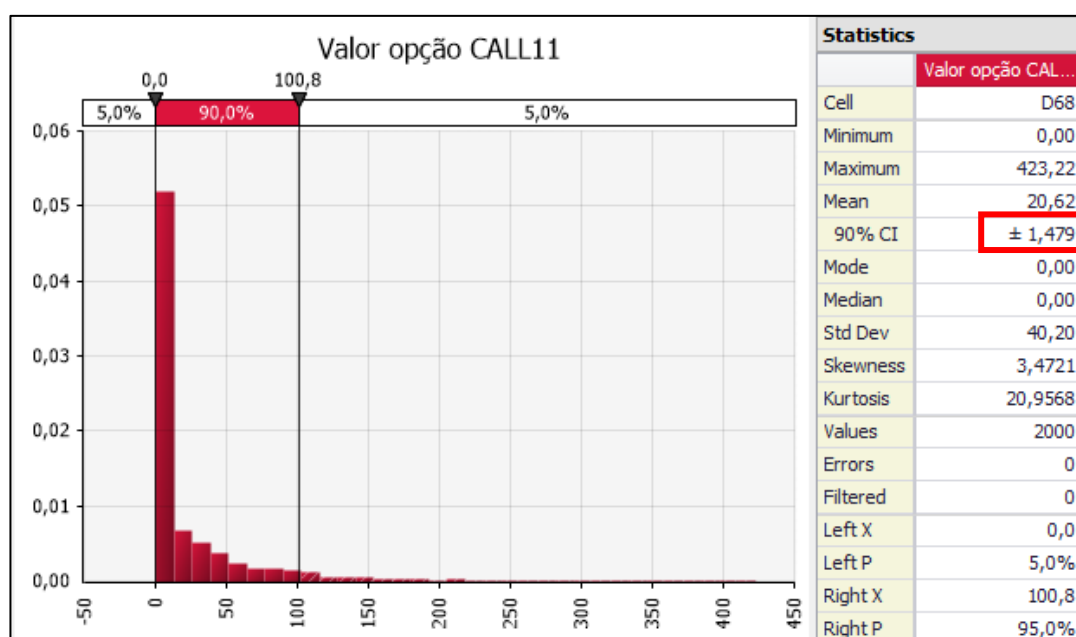


Figura 31. Histograma de probabilidade para o ROV derivada da Simulação de Monte Carlo

O Conjunto de valores assumidos pelo Spot Price, ao longo dos 11 anos, é representado a seguir.

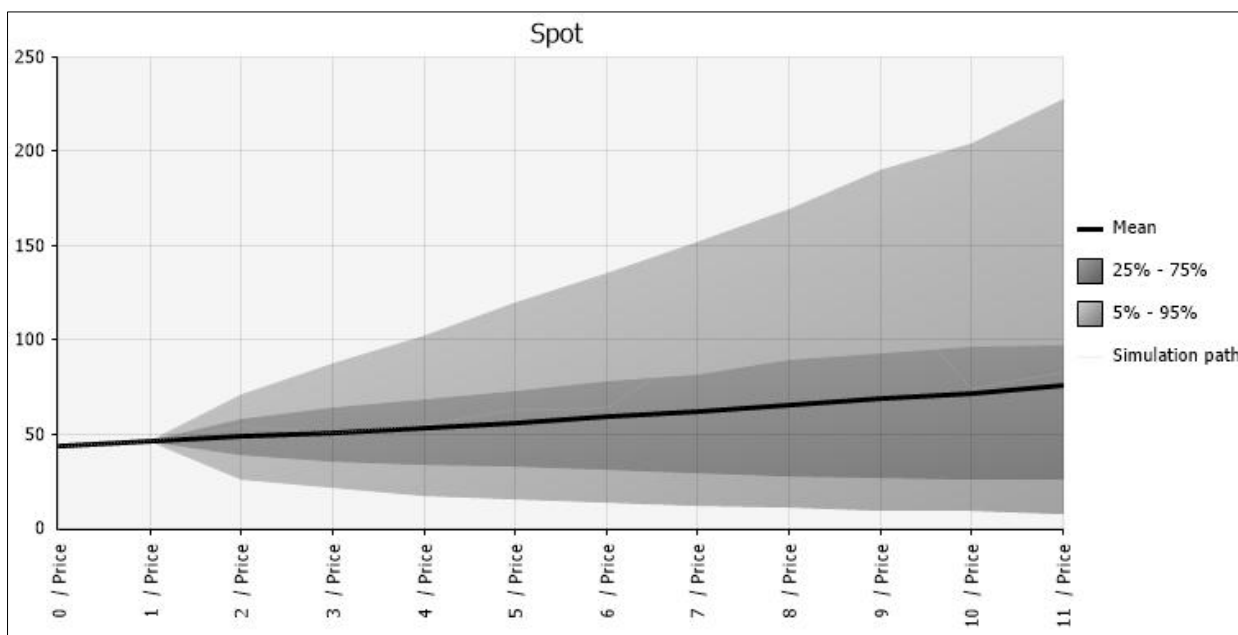


Figura 32. Curva do valor da opção do Spot Price ao longo 11 anos

No 11º. Ano o Spot Price assume uma distribuição característica, uma lognormal.

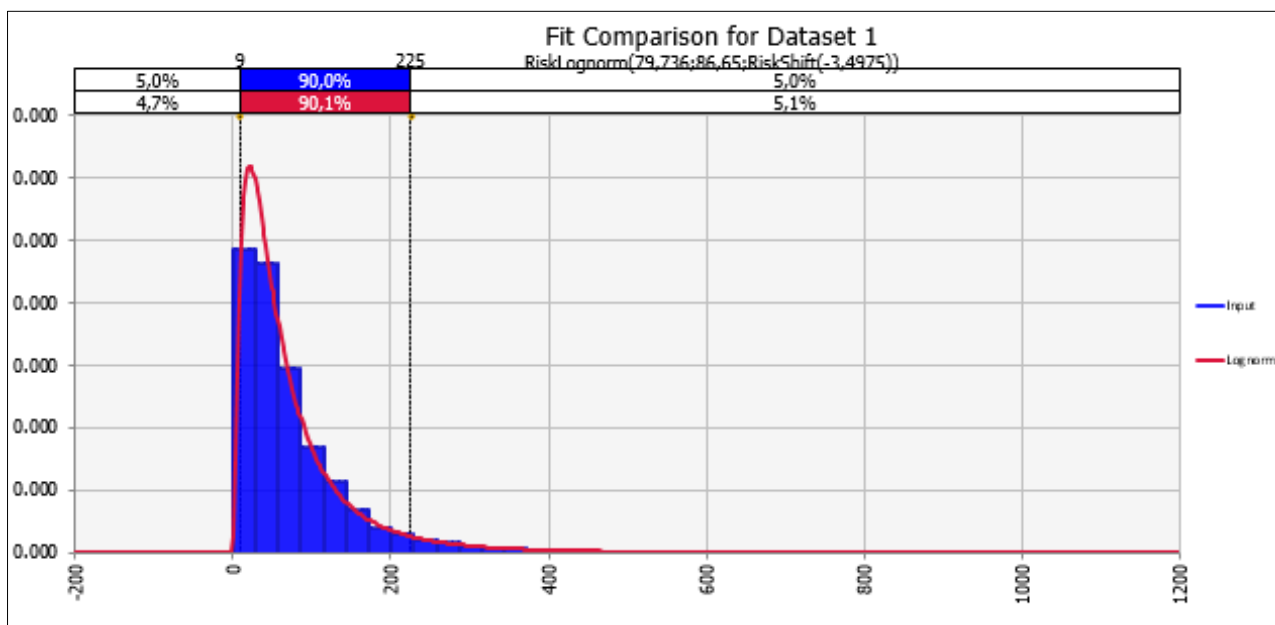


Figura 33. Histograma de probabilidade para o ROV no décimo primeiro ano